

# 北师大版小学数学六年级上册

## 1.5 圆的面积

### 知识梳理

#### 1、圆的面积计算公式的推导

将圆转化成学过的平行四边形，求面积。

圆的面积=平行四边形的面积。

如果用  $S$  表示圆的面积， $r$  表示圆的半径，那么圆的面积计算公式可以表示为  $S = \pi r^2$

#### 2、圆的面积计算公式的应用

已知半径求面积，直接用公式  $S = \pi r^2$  计算；已知周长求面积，用公式  $S = \pi \left(\frac{C}{2\pi}\right)^2$  计算。

#### 3、圆的面积计算公式的有趣推导

由三角形的面积公式推导圆的面积公式的方法：圆的面积=三角形的面积  $= \frac{\text{底} \times \text{高}}{2} = \frac{2\pi r \times r}{2} = \pi r^2$

### 预习真题练

#### 一、选择题

1. 一个圆和正方形的周长都是 12.56 厘米，比较它们的面积（ ）。

A. 一样大    B. 正方形大    C. 圆大    D. 无法比较

2. 要从一个长 2 米、宽 1 米的纸上截取直径为 20 厘米的圆，最多能截（ ）个。

A. 20              B. 30              C. 40              D. 50

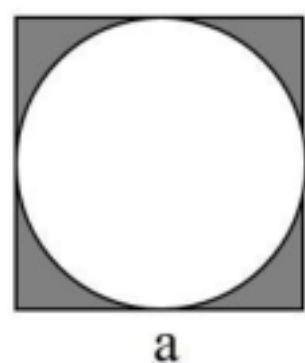
3. 一张长方形纸的长是 3 厘米, 宽是 2 厘米, 在这张纸里画一个最大的圆 ( )  $\text{cm}^2$ 。

A. 4      B. 6.28      C. 3.14      D. 12.56

4. 一个圆环纸垫的外圆直径是 4 厘米, 内圆直径是 2 厘米, 那么这个纸垫的面积是 ( ) 平方厘米。

A. 37.68      B. 9.42      C. 6.28      D. 3.14

5. 如图, 正方形的边长是  $a$ , 求阴影部分面积列式正确的是 ( )。



A.  $a^2 - 3.14a$

B.  $3.14 \times a^2 - a^2$

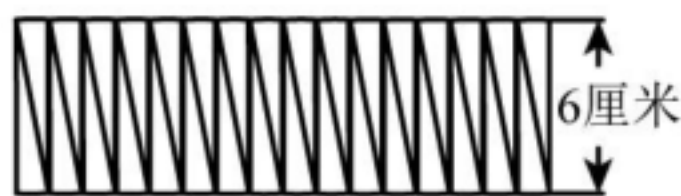
C.  $a^2 - 3.14 \times (\frac{a}{2})^2$

D.  $4a - 3.14 \times (\frac{a}{2})^2$

## 二、填空题

6. 惠州市民乐园的自动旋转喷灌装置的射程是 4 米, 它能喷灌的面积有 ( ) 平方米。

7. 如图, 把圆分成若干等份, 剪拼成一个近似的长方形。已知长方形的宽是 6 厘米, 则长是 ( ) 厘米, 这个圆的面积是 ( ) 平方厘米。



8. 一个挂钟的时针长  $5\text{cm}$ , 从早上 8 点到晚上 8 点, 时针针尖走过的路程是 ( )  $\text{cm}$ , 时针针尖“扫过”的面积是 ( )  $\text{cm}^2$ 。

9. 下图中正方形的面积是 60 平方厘米, 圆的面积是 ( ) 平

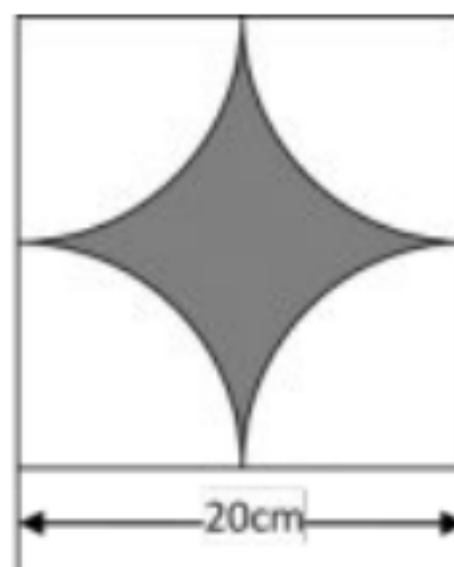
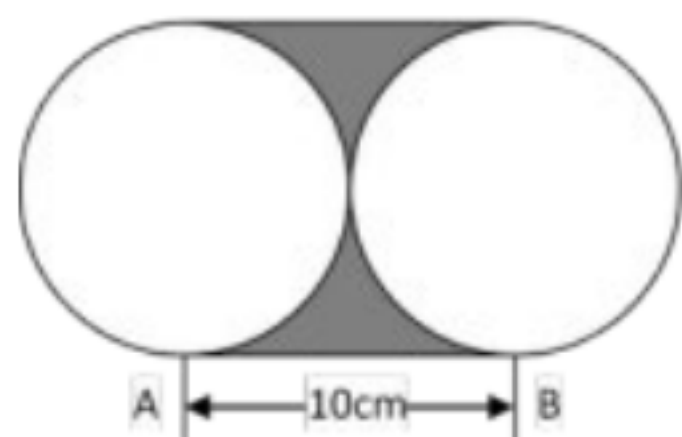
方厘米。



10. 在推导圆的面积计算公式时，通过把圆等分割拼成近似的平行四边形，这个过程体现的数学思想方法主要是( )思想。

### 三、计算题

11. 求下面图形中阴影部分的周长和面积。



### 四、作图题

12. 请画出一个外圆直径是 3cm，内圆半径是 1 厘米的圆环，并用阴影把圆环的面积表示出来。

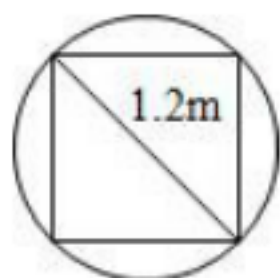
## 五、解答题

13. 一根长 31.4 米的绳子正好绕一棵树的树干 5 圈，树干横截面的面积是多少平方米？

14. 某钟表的时针长 8 厘米，分针长 10 厘米，从下午 5 时到 5 时 30 分，分针针尖走过多少厘米？分针扫过的面积是多少平方厘米？

15. 一个圆形水池的周长是 62.8 米，在水池周围修建宽为 2 米的绿化带。如果每平方米绿化带花费 100 元，一共需要多少元？

16. 如图，一张可折叠的圆桌，直径是 1.2 米，折叠后便成了一个正方形。





(1) 折叠后的桌面的面积是多少平方米？

(2) 折叠部分的面积是多少平方米？周长是多少米？（得数保留两位小数）

## 参考答案

1. C

【分析】由题意可知，正方形和圆的周长相等。根据圆的周长公式和正方形的周长公式，分别求出圆的半径和正方形的边长，然后根据圆的面积公式和正方形的面积公式，求出圆的面积和正方形的面积，再比较。据此解答。

【详解】一个圆和正方形的周长都是 12.56 厘米，

$$12.56 \div 3.14 \div 2 = 2 \text{ (厘米)}$$

$$\text{圆的面积: } 3.14 \times 2^2$$

$$= 3.14 \times 4$$

$$= 12.56 \text{ (平方厘米)}$$

$$12.56 \div 4 = 3.14 \text{ (厘米)}$$

$$\text{正方形的面积: } 3.14 \times 3.14 = 9.8596 \text{ (平方厘米)}$$

$$12.56 > 9.8596$$

一个圆和正方形的周长都是 12.56 厘米，比较它们的面积，圆比较大。

故答案为：C

【点睛】此题考查了圆周长公式、圆面积公式、正方形周长公式、正方形面积公式的灵活应用，要熟练掌握公式。

2. D

【分析】在长 2 米、宽 1 米的纸上截取直径为 20 厘米的圆，可把直径是 20 厘米的圆看作是边长为 20 厘米的正方形来计算，分别求出在这个长方形的长和宽上各能剪几个 20 厘米，然后再相乘，据此解答。

**【详解】**2 米=200 厘米

1 米=100 厘米

$$(200 \div 20) \times (100 \div 20)$$

$$=10 \times 5$$

$$=50 \text{ (个)}$$

最多能截 50 个。

故答案为：D

**【点睛】**本题的关键是让学生走出用长方形的面积除以圆的面积，就是能剪成圆个数的误区。

3. C

**【分析】**分析题目，在长方形纸上画一个最大的圆，则这个圆的直径就等于长方形的宽，再根据圆的面积 $=\pi r^2$ 列式求出面积即可。

**【详解】** $2 \div 2 = 1$ （厘米）

$$3.14 \times 1^2 = 3.14 \text{ (平方厘米)}$$

故答案为：C

**【点睛】**确定圆的直径就等于长方形的宽是解答本题的关键。

4. B

**【分析】**圆环面积=外圆面积-内圆面积，圆面积 $=\pi r^2$ ，据此列式求出这个纸垫的面积。

**【详解】** $3.14 \times (4 \div 2)^2 - 3.14 \times (2 \div 2)^2$

$$=3.14 \times 4 - 3.14 \times 1$$

$$=12.56 - 3.14$$

$$=9.42 \text{ (平方厘米)}$$

所以，这个纸垫的面积是 9.42 平方厘米。

故答案为：B

【点睛】本题考查了圆环的面积，掌握圆环和圆的面积计算方法是解题的关键。

5. C

【分析】由于正方形的边长是  $a$ ，则圆的直径也是  $a$ ，阴影部分的面积 = 正方形的面积 - 圆的面积，根据正方形的面积公式：边长  $\times$  边长；圆的面积公式： $S = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$ ，把数代入公式即可求解。

【详解】 $a \times a - 3.14 \times \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 - 3.14 \times \left(\frac{a}{2}\right)^2$

故答案为：C

【点睛】本题主要考查圆的面积公式和正方形的面积公式，熟练掌握它们的面积公式并灵活运用。

6. 50.24

【分析】自动旋转的喷灌装置所能灌溉的面积，是以灌溉射程为半径的圆，即该灌溉面积为一个圆形，同时它的半径是 4 米，根据圆的面积公式：圆的面积 =  $\pi r^2$ ，代入数据求值即可。

【详解】由分析可得：

$$3.14 \times 4^2$$

$$= 3.14 \times 16$$

$$= 50.24 \text{ (平方米)}$$

综上所述：惠州市民乐园的自动旋转喷灌装置的射程是 4 米，它能喷灌的面积有 50.24 平方米。

【点睛】本题是简单的圆的面积公式应用题，熟记公式是解题的基本要求，解题的关键是要知道旋转的射程就是该圆的半径。

7.            18.84            113.04



**【分析】**观察图形可知，这个近似的长方形的长等于圆周长的一半，宽等于圆的半径。从图中可知，这个圆的半径是 6 厘米。圆的周长  $= 2\pi r$ ，据此代入数据求出圆的周长，再除以 2 即可求出长方形的长；圆的面积  $= \pi r^2$ ，据此代入数据计算。

**【详解】**  $6 \times 2 \times 3.14 \div 2$

$= 37.68 \div 2$

$= 18.84$ （厘米）

$3.14 \times 6^2$

$= 3.14 \times 36$

$= 113.04$ （平方厘米）

则长是 18.84 厘米，这个圆的面积是 113.04 平方厘米。

**【点睛】**明确长方形的长、宽与圆的周长、半径的关系，再熟练运用圆的周长和面积公式即可解答。

8.            31.4            78.5

**【分析】**根据题意可知，时针从早上 8 点到晚上 8 点，正好经过 12 个小时，也就是时针转了一圈，求时针针尖走过的路程，就是求半径是 5cm 的圆的周长，根据圆的周长公式：周长  $= \pi \times \text{半径} \times 2$ ，代入数据，求出周长；求时针扫过的面积，就是求半径是 5cm 的圆的面积，根据圆的面积公式：面积  $= \pi \times \text{半径}^2$ ，代入数据，即可解答。

**【详解】**  $3.14 \times 5 \times 2$

$= 15.7 \times 2$

$= 31.4$ （cm）

$3.14 \times 5^2$

$$=3.14 \times 25$$

$$=78.5 (\text{cm}^2)$$

一个挂钟的时针长 $5\text{cm}$ ，从早上8点到晚上8点，时针针尖走过的路程是 $31.4\text{cm}$ ，时针针尖“扫过”的面积是 $78.5\text{cm}^2$ 。

**【点睛】**解答本题的关键是明确时针针尖走过的路程与圆的关系。

9.  $188.4$  平方厘米

**【分析】**通过观察图形可知，正方形的边长等于圆的半径，根据正方形的面积公式：面积=边长 $\times$ 边长，即正方形的面积=半径 $\times$ 半径；根据圆的面积公式：面积= $\pi \times$ 半径 $\times$ 半径，由此可知，圆的面积= $3.14 \times$ 正方形面积，代入数据，即可解答。

**【详解】** $3.14 \times 60 = 188.4$ （平方厘米）

下图中正方形的面积是 $60$ 平方厘米，圆的面积是 $188.4$ 平方厘米。



**【点睛】**本题主要考查正方形的面积公式、圆的面积公式的灵活运用，关键是熟记公式。

10. 转化

**【分析】**根据圆面积公式的推导过程可知，把一个圆平均分成若干份（偶数份），沿半径剪开后再拼成一个近似的平行四边形，将圆的面积转化成平行四边形的面积，这个过程体现的数学思想是“转化”思想，据此解答。

**【详解】**在推导圆面积公式时，通过把圆等分割拼得到一个近似的平行四边形。这个过程体现的数学思想方法主要是“转化”思想。

**【点睛】**此题考查的目的是理解掌握圆面积公式的推导过程及应用，

以及“转化”思想的应用。

11. (1)  $51.4\text{cm}$ ,  $21.5\text{cm}^2$ ; (2)  $62.8\text{cm}$ ,  $86\text{cm}^2$

【分析】(1) 周长等于一个圆的周长加上两个 10 厘米，面积等于正方形的面积减去一个圆的面积；

(2) 周长等于一个圆的周长，面积等于正方形的面积减去一个圆的面积。

【详解】(1) 周长：

$$3.14 \times 10 + 10 \times 2$$

$$= 31.4 + 20$$

$$= 51.4 (\text{cm})$$

面积：

$$10 \times 10 - 3.14 \times (10 \div 2)^2$$

$$= 100 - 78.5$$

$$= 21.5 (\text{cm}^2)$$

阴影部分的周长是  $51.4\text{cm}$ ，面积是  $21.5\text{cm}^2$ 。

(2) 周长： $3.14 \times 20 = 62.8 (\text{cm})$

面积：

$$20 \times 20 - 3.14 \times (20 \div 2)^2$$

$$= 400 - 3.14 \times 100$$

$$= 400 - 314$$

$$= 86 (\text{cm}^2)$$

阴影部分的周长是  $62.8\text{cm}$ ，面积是  $86\text{cm}^2$ 。

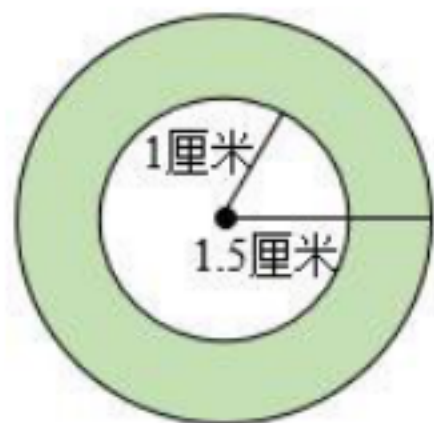
12. 见详解

【分析】根据圆的画法，先确定圆规两脚之间的距离（半径），再

确定一点为圆心，据此画半径为 1.5 厘米、1 厘米的同心圆，并用阴影把圆环的面积表示出来即可。

【详解】 $3 \div 2 = 1.5$ （厘米）

作图如下：



【点睛】此题考查的目的是理解掌握环形的特征及应用。

13. 3.14 平方米

【分析】先用  $31.4 \div 5$  计算出绕树的树干 1 圈的长度（即树干的周长），然后根据“圆的半径 = 圆的周长  $\div \pi \div 2$ ”求出圆的半径，进而利用圆的面积公式解答即可。

【详解】 $31.4 \div 5 = 6.28$ （米）

$$6.28 \div 3.14 \div 2$$

$$= 2 \div 2$$

$$= 1 \text{（米）}$$

$$3.14 \times 1^2 = 3.14 \text{（平方米）}$$

答：树干横截面的面积是 3.14 平方米。

【点睛】解答此题的关键是先计算出树的树干 1 圈的长度，继而根据圆的周长和面积公式进行解答。

14. 31.4 厘米；157 平方厘米

【分析】根据生活经验可知，分针 1 小时转一圈，时针 12 小时转一圈，从下午 5 时到 5 时 30 分，经过了 30 分钟，也就是分针转了半圈，分针针尖走过的距离等于半径是 10 厘米的圆周长的一半，



分针扫过的面积等于半径是 10 厘米的圆的面积的一半，根据圆的周长公式： $C=\pi d$ ，圆的面积公式： $S=\pi r^2$ ，分别代入数据求解即可。

【详解】由分析可得：

$$5\text{ 时 }30\text{ 分}-5\text{ 时}=30\text{ 分}$$

所以分针针尖走过厘米数：

$$3.14\times 10=31.4\text{（厘米）}$$

扫过面积：

$$3.14\times 10^2\div 2$$

$$=3.14\times 100\div 2$$

$$=314\div 2$$

$$=157\text{（平方厘米）}$$

答：分针针尖走过 31.4 厘米，分针扫过的面积是 157 平方厘米。

【点睛】本题主要考查了圆的周长公式、面积公式的灵活运用，根据题目给出的条件，要会分析该分针的运行轨迹，将生活中的一些问题转化到所学的数学公式上来，熟记公式，解决问题。

15. 13816 元

【分析】根据圆的周长公式：周长 $=\pi\times$ 半径 $\times 2$ ，半径 $=$ 周长 $\div \pi \div 2$ ，代入数据，求出圆形水池的半径，求出修建宽为 2 米的绿化带需要的钱数，先求绿化地的面积，绿化带是一个圆环，根据圆环的面积公式：面积 $=\pi\times$ （大圆半径<sup>2</sup>—小圆半径<sup>2</sup>），代入数据，求出绿化带的面积，再乘 100，即可求出修建宽为 2 米的绿化带需要的钱数。

【详解】 $62.8\div 3.14\div 2$

$$=20\div 2$$



$$=10 \text{ (米)}$$

$$10+2=12 \text{ (米)}$$

$$3.14 \times (12^2 - 10^2) \times 100$$

$$=3.14 \times (144 - 100) \times 100$$

$$=3.14 \times 44 \times 100$$

$$=138.16 \times 100$$

$$=13816 \text{ (元)}$$

答：一共需要 13186 元。

【点睛】熟练掌握圆环的面积公式是解答本题的关键。

16. (1) 0.72 平方米

(2) 面积：0.41 平方米；周长：3.77 米

【分析】(1) 折叠后的桌面是一个正方形，把正方形看作两个一样的等腰直角三角形，三角形的底是圆的直径，高是圆的半径，根据三角形面积=底 $\times$ 高 $\div 2$ ，求出一个三角形的面积，再乘 2，就是正方形的面积；

(2) 先根据圆的面积公式  $S = \pi r^2$ ，求出圆的面积，再用圆的面积减去正方形的面积，就是折叠部分的面积；再根据圆的周长公式：周长=  $\pi \times$  直径，代入数据，即可解答。

$$\text{【详解】} (1) 1.2 \times (1.2 \div 2) \div 2 \times 2$$

$$=1.2 \times 0.6 \div 2 \times 2$$

$$=0.72 \div 2 \times 2$$

$$=0.36 \times 2$$

$$=0.72 \text{ (平方米)}$$

答：折叠后的桌面的面积是 0.72 平方米。

$$\begin{aligned}& (2) \quad 3.14 \times (1.2 \div 2)^2 - 0.72 \\&= 3.14 \times 0.6^2 - 0.72 \\&= 3.14 \times 0.36 - 0.72 \\&= 1.1304 - 0.72 \\&= 0.4104 \\&\approx 0.41 \text{ (平方米)}\end{aligned}$$

$$3.14 \times 1.2 = 3.768 \approx 3.77 \text{ (米)}$$

答：折叠部分的面积是 0.41 平方米，周长是 3.77 米。

**【点睛】**无法运用正方形的面积公式求面积时，把正方形分解成两个相等的三角形，找到三角形的底、高与圆的关系，那么正方形的面积就转移到 2 个三角形的面积上；

观察组合图形，找到要求的面积与哪些图形的面积有关，然后根据面积公式求解。

# VV99.net

免费文档下载