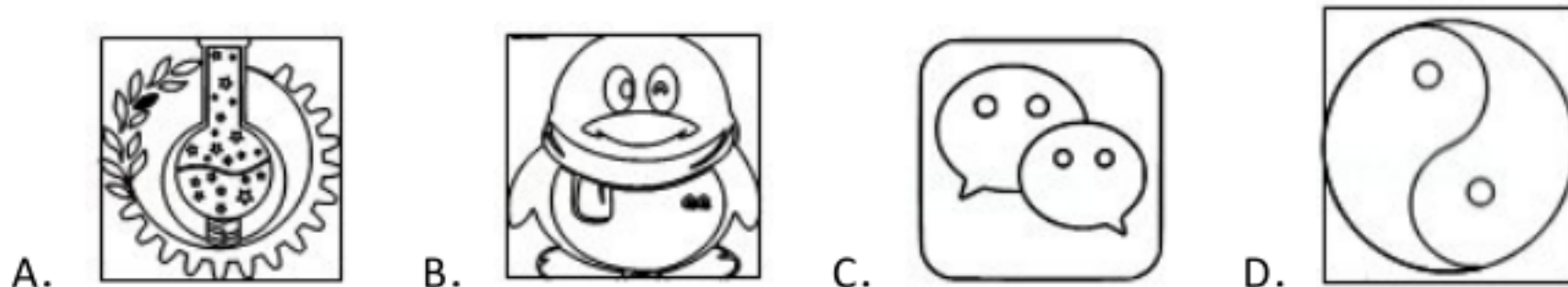


## 期中试卷(1)

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分，每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. (3 分) 下面的图形中，是中心对称图形的是 ( )



2. (3 分) 把方程  $x(x+2)=5(x-2)$  化成一般式，则  $a$ 、 $b$ 、 $c$  的值分别是 ( )

A. 1, -3, 10 B. 1, 7, -10 C. 1, -5, 12 D. 1, 3, 2

3. (3 分) 将抛物线  $y=x^2-4x-4$  向左平移 3 个单位，再向上平移 5 个单位，得到抛物线的函数表达式为 ( )

A.  $y=(x+1)^2-13$  B.  $y=(x-5)^2-3$  C.  $y=(x-5)^2-13$  D.  $y=(x+1)^2-3$

4. (3 分) 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2+ax-1=0$  的根的情况是 ( )

A. 没有实数根 B. 只有一个实数根  
C. 有两个相等的实数根 D. 有两个不相等的实数根

5. (3 分) 方程  $(x-1)(x+1)=1-x$  的解是 ( )

A.  $x=1$  B.  $x=-1$  C.  $x=1$  或  $x=-2$  D.  $x=-1$  或  $x=-2$

6. (3 分) 进入夏季后，某电器商场为减少库存，对电热取暖器连续进行两次降价。若设平均每次降价的百分率是  $x$ ，降价后的价格为  $y$  元，原价为  $a$  元，则  $y$  与  $x$  之间的函数关系式为 ( )

A.  $y=2a(x-1)$  B.  $y=2a(1-x)$  C.  $y=a(1-x^2)$  D.  $y=a(1-x)^2$

7. (3 分) 若  $A(-4, y_1)$ ,  $B(-3, y_2)$ ,  $C(1, y_3)$  为二次函数  $y=x^2+4x-5$  的图象上的三点，则  $y_1, y_2, y_3$  的大小关系是 ( )

A.  $y_1 < y_2 < y_3$  B.  $y_2 < y_1 < y_3$  C.  $y_3 < y_1 < y_2$  D.  $y_1 < y_3 < y_2$

8. (3 分) 如图，抛物线  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 的对称轴为直线  $x=1$ ，与  $x$  轴的一个交点坐标为  $(-1, 0)$ ，其部分图象如图所示，下列结论：

①  $4ac < b^2$ ;

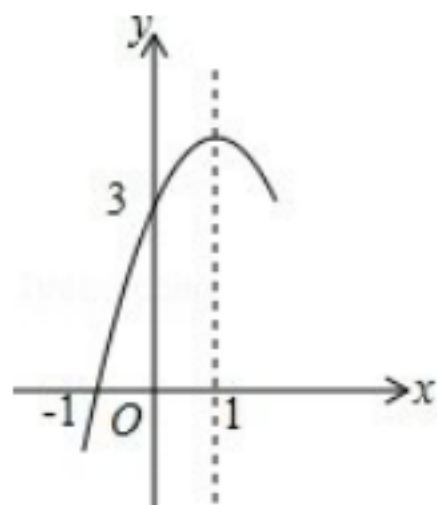
② 方程  $ax^2+bx+c=0$  的两个根是  $x_1=-1$ ,  $x_2=3$ ;

③  $3a+c>0$

④ 当  $y>0$  时,  $x$  的取值范围是  $-1\leq x<3$

⑤ 当  $x<0$  时,  $y$  随  $x$  增大而增大

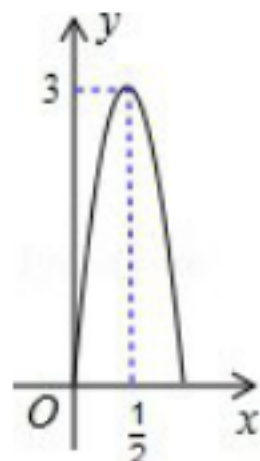
其中结论正确的个数是 ( )



A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

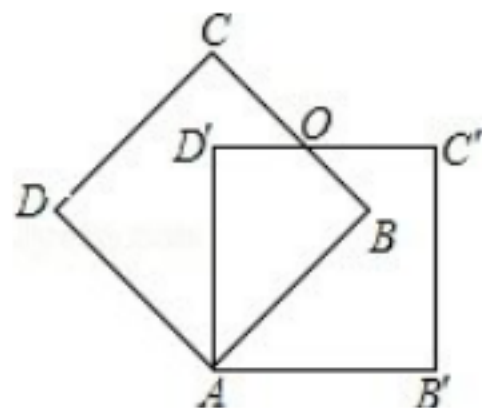
9. (3 分) 某市中心广场有各种音乐喷泉, 其中一个喷水管喷水的最大高度为 3 米, 此时距喷水管的水平距离为  $\frac{1}{2}$  米, 在如图所示的坐标系中, 这个喷泉的函数

关系式是 ( )



A.  $y = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 3$  B.  $y = -3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 3$  C.  $y = -12\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 3$  D.  $y = -12\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 3$

10. (3 分) 把边长为 3 的正方形 ABCD 绕点 A 顺时针旋转  $45^\circ$  得到正方形 AB'C'D', 边 BC 与 D'C' 交于点 O, 则四边形 ABOD' 的周长是 ( )



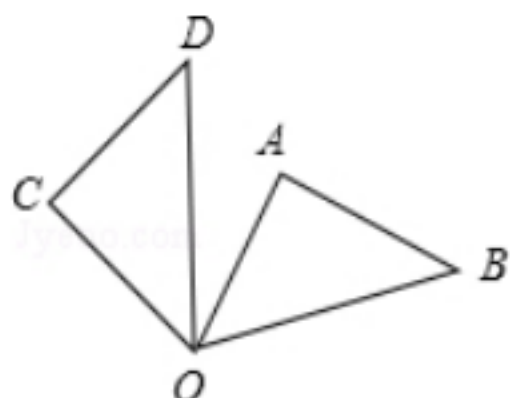
A.  $6\sqrt{2}$  B. 6 C.  $3\sqrt{2}$  D.  $3+3\sqrt{2}$

二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.

11. (3 分) 二次函数  $y=x^2-4x-3$  的顶点坐标是 (\_\_\_\_, \_\_\_\_).

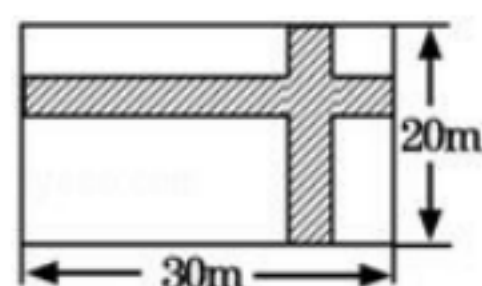
12. (3 分) 已知一元二次方程  $x^2+mx+m-1=0$  有两个相等的实数根，则  $m=$ \_\_\_\_.

13. (3 分) 如图， $\triangle OAB$  绕点  $O$  逆时针旋转  $80^\circ$  到  $\triangle OCD$  的位置，已知  $\angle AOB=45^\circ$ ，则  $\angle AOD$  等于\_\_\_\_度.



14. (3 分) 若将方程  $x^2+6x=7$  化为  $(x+m)^2=16$ ，则  $m=$ \_\_\_\_.

15. (3 分) 如图，在宽为 20 米、长为 30 米的矩形地面上修建两条同样宽的道路，余下部分作为耕地. 若耕地面积需要 551 米<sup>2</sup>，求修建的路宽. 设路宽为  $x$  米，可列方程\_\_\_\_.



16. (3 分) 已知  $m$  是关于  $x$  的方程  $x^2-2x-3=0$  的一个根，则  $2m^2-4m=$ \_\_\_\_.

17. (3 分) 已知抛物线  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 的对称轴为直线  $x=1$ ，且经过点  $P(3, 0)$ ，则抛物线与  $x$  轴的另一个交点坐标为\_\_\_\_.

18. (3 分) 二次函数  $y=ax^2+bx+c$  图象上部分点的对应值如下表：

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$	6	0	-4	-6	-6	-4	0	6

则使  $y < 0$  的  $x$  的取值范围为\_\_\_\_.

三、解答题（一）：本大题共 5 小题，共 33 分. 解答时，应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

19. (8 分) 按要求解一元二次方程：

(1)  $x^2-10x+9=0$  (配方法)

(2)  $x(x-2)+x-2=0$  (因式分解法)



20. (8 分) 选择适当的方法解方程:

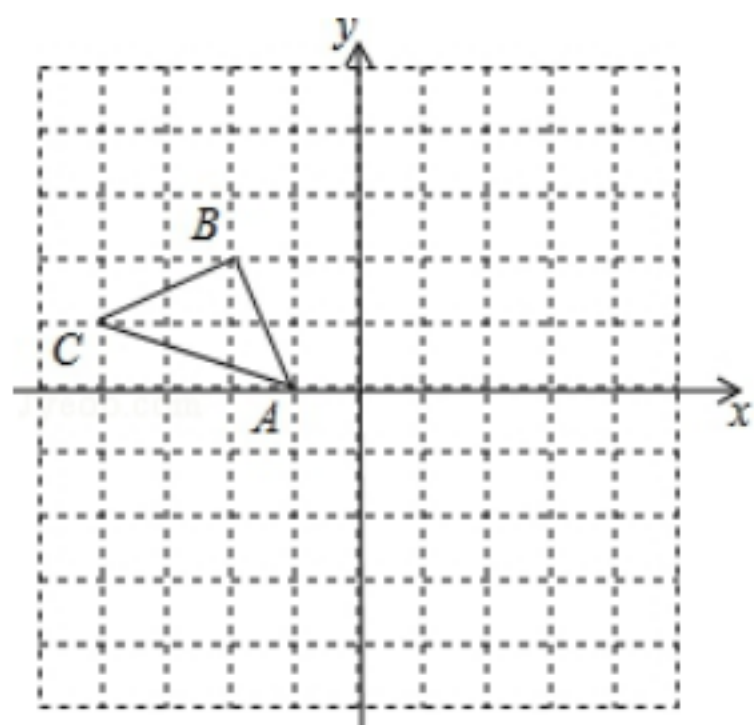
(1)  $2(x-3) = 3x(x-3)$ .

(2)  $2x^2 - 3x + 1 = 0$ .

21. (6 分) 正方形网格中 (网格中的每个小正方形边长是 1),  $\triangle ABC$  的顶点均在格点上, 请在所给的直角坐标系中解答下列问题:

(1) 作出  $\triangle ABC$  绕点 A 逆时针旋转  $90^\circ$  的  $\triangle AB_1C_1$ , 再作出  $\triangle AB_1C_1$  关于原点 O 成中心对称的  $\triangle A_1B_2C_2$ .

(2) 点  $B_1$  的坐标为\_\_\_\_, 点  $C_2$  的坐标为\_\_\_\_.



22. (5 分) 已知二次函数的图象以 A (-1, 4) 为顶点, 且过点 B (2, -5).

(1) 求该二次函数的表达式;

(2) 求该二次函数图象与 y 轴的交点坐标.

23. (6 分) 如图, 一农户要建一个矩形猪舍, 猪舍的一边利用长为 12m 的住房墙, 另外三边用 25m 长的建筑材料围成, 为方便进出, 在垂直于住房墙的一边留一个 1m 宽的门, 所围矩形猪舍的长、宽分别为多少时, 猪舍面积为  $80\text{m}^2$ ?



四、解答题 (二): 本大题共 5 小题, 共 33 分. 解答时, 应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

24. (6 分) 已知二次函数  $y = x^2 - 2x - 3$ .

(1) 用配方法将解析式化为  $y = (x - h)^2 + k$  的形式;

(2) 求这个函数图象与  $x$  轴的交点坐标.

25. (6 分) 已知关于  $x$  的方程  $mx^2+x+1=0$ , 试按要求解答下列问题:

(1) 当该方程有一根为 1 时, 试确定  $m$  的值;

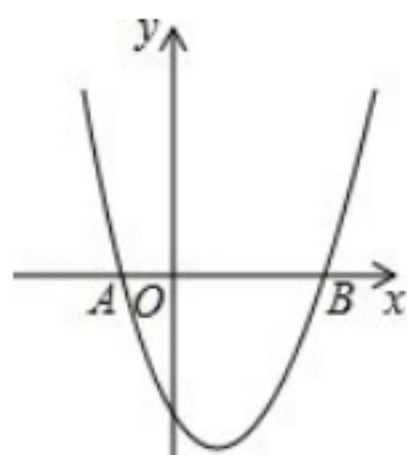
(2) 当该方程有两个不相等的实数根时, 试确定  $m$  的取值范围.

26. (7 分) 如图, 已知抛物线  $y=x^2+bx+c$  经过  $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$  两点.

(1) 求抛物线的解析式和顶点坐标;

(2) 当  $0 < x < 3$  时, 求  $y$  的取值范围;

(3) 点  $P$  为抛物线上一点, 若  $S_{\triangle PAB}=10$ , 求出此时点  $P$  的坐标.



27. (6 分) 阅读新知: 移项且合并同类项之后, 只含有偶次项的四次方程称作双二次方程. 其一般形式为  $ax^4+bx^2+c=0$  ( $a \neq 0$ ), 一般通过换元法解之, 具体解法是设  $x^2=y$ , 则原四次方程化为一元二次方程:  $ay^2+by+c=0$ , 解出  $y$  之后代入  $x^2=y$ , 从而求出  $x$  的值. 例如解:  $4x^4 - 8x^2 + 3 = 0$

解: 设  $x^2=y$ , 则原方程可化为:  $4y^2 - 8y + 3 = 0$

$$\because a=4, b=-8, c=3$$

$$\therefore b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \times 4 \times 3 = 16 > 0$$

$$\therefore y = \frac{-(-8) \pm \sqrt{16}}{2 \times 4} = \frac{8 \pm 4}{8}$$

$$\therefore y_1 = \frac{1}{2},$$

$$\therefore y_2 = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \text{当 } y_1 = \frac{1}{2} \text{ 时, } x^2 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}, x_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \text{ 当 } y_2 = \frac{3}{2} \text{ 时, } x^2 = \frac{3}{2}$$

$$\therefore x_3 = \frac{\sqrt{6}}{2}, x_4 = -\frac{\sqrt{6}}{2}$$

小试牛刀: 请你解双二次方程:  $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$

归纳提高: 思考以上解题方法, 试判断双二次方程的根的情况, 下列说法正确的

是\_\_\_\_\_（选出所有的正确答案）

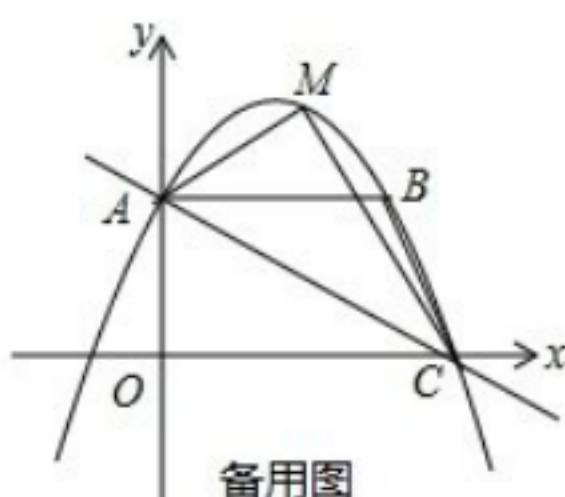
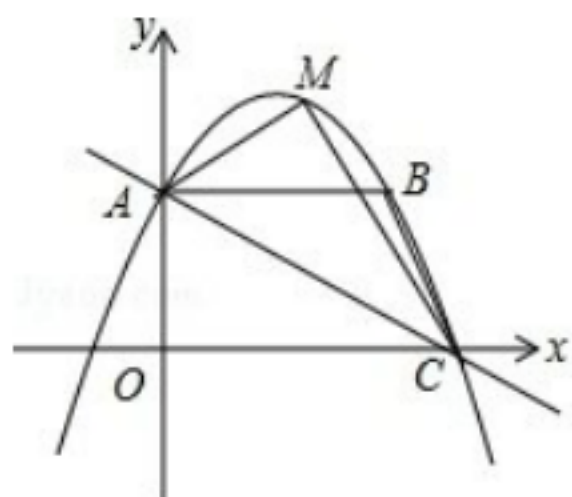
①当  $b^2 - 4ac \geq 0$  时，原方程一定有实数根；②当  $b^2 - 4ac < 0$  时，原方程一定没有实数根；③当  $b^2 - 4ac \geq 0$ ，并且换元之后的一元二次方程有两个正实数根时，原方程有 4 个实数根，换元之后的一元二次方程有一个正实数根一个负实数根时，原方程有 2 个实数根；④原方程无实数根时，一定有  $b^2 - 4ac < 0$ 。

28.（8 分）如图，平面直角坐标系  $xOy$  中，直线  $AC$  分别交坐标轴于  $A$ ， $C$ （8，0）两点， $AB \parallel x$  轴， $B$ （6，4）。

（1）求过  $B$ ， $C$  两点的抛物线  $y = ax^2 + bx + 4$  的表达式；

（2）点  $P$  从  $C$  点出发以每秒 1 个单位的速度沿线段  $CO$  向  $O$  点运动，同时点  $Q$  从  $A$  点出发以相同的速度沿线段  $AB$  向  $B$  点运动，其中一个动点到达端点时，另一个也随之停止运动。设运动时间为  $t$  秒。当  $t$  为何值时，四边形  $BCPQ$  为平行四边形；

（3）若点  $M$  为直线  $AC$  上方的抛物线上一动点，当点  $M$  运动到什么位置时， $\triangle AMC$  的面积最大？求出此时  $M$  点的坐标和  $\triangle AMC$  的最大面积。

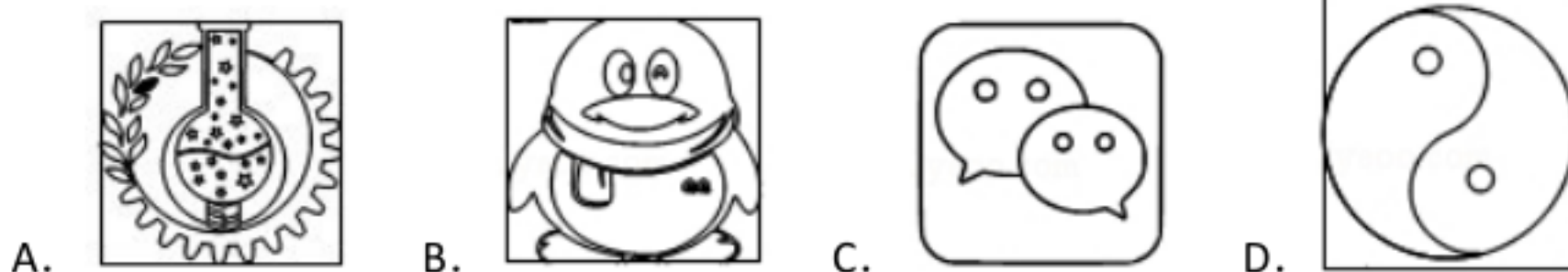




## 参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分，每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. (3 分) 下面的图形中，是中心对称图形的是 ( )



【考点】中心对称图形.

【分析】根据中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A、不是中心对称图形，故此选项错误；

B、不是中心对称图形，故此选项错误；

C、不是中心对称图形，故此选项错误；

D、是中心对称图形，故此选项正确.

故选：D.

【点评】此题主要考查了中心对称图形的概念. 注意中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

2. (3 分) 把方程  $x(x+2)=5(x-2)$  化成一般式，则 a、b、c 的值分别是 ( )

A. 1, -3, 10 B. 1, 7, -10 C. 1, -5, 12 D. 1, 3, 2

【考点】一元二次方程的一般形式.

【专题】压轴题；推理填空题.

【分析】a、b、c 分别指的是一元二次方程的一般式中的二次项系数、一次项系数、常数项.

【解答】解：由方程  $x(x+2)=5(x-2)$ ，得

$$x^2 - 3x + 10 = 0,$$

∴ a、b、c 的值分别是 1、-3、10；

故选 A.

【点评】本题考查了一元二次方程的一般形式. 一元二次方程的一般形式是：

$ax^2+bx+c=0$  ( $a, b, c$  是常数且  $a \neq 0$ ), 在一般形式中  $ax^2$  叫二次项,  $bx$  叫一次项,  $c$  是常数项. 其中  $a, b, c$  分别叫二次项系数, 一次项系数, 常数项.

3. (3 分) 将抛物线  $y=x^2-4x-4$  向左平移 3 个单位, 再向上平移 5 个单位, 得到抛物线的函数表达式为 ( )

A.  $y=(x+1)^2-13$  B.  $y=(x-5)^2-3$  C.  $y=(x-5)^2-13$  D.  $y=(x+1)^2-3$

【考点】二次函数图象与几何变换.

【专题】几何变换.

【分析】先把一般式配成顶点式得到抛物线  $y=x^2-4x-4$  的顶点坐标为  $(2, -8)$ , 再利用点平移的规律得到把点  $(2, -8)$  平移后所得对应点的坐标为  $(-1, -3)$ , 然后利用顶点式写出平移后的抛物线的函数表达式.

【解答】解: 因为  $y=x^2-4x-4=(x-2)^2-8$ ,

所以抛物线  $y=x^2-4x-4$  的顶点坐标为  $(2, -8)$ , 把点  $(2, -8)$  向左平移 3 个单位, 再向上平移 5 个单位所得对应点的坐标为  $(-1, -3)$ , 所以平移后的抛物线的函数表达式为  $y=(x+1)^2-3$ .

故选 D.

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换: 由于抛物线平移后的形状不变, 故  $a$  不变, 所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法: 一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标, 利用待定系数法求出解析式; 二是只考虑平移后的顶点坐标, 即可求出解析式.

4. (3 分) 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2+ax-1=0$  的根的情况是 ( )

A. 没有实数根 B. 只有一个实数根  
C. 有两个相等的实数根 D. 有两个不相等的实数根

【考点】根的判别式.

【分析】先计算判别式的值, 然后非负数的性质和判别式的意义判断方程根的情况.

【解答】解:  $\because \Delta=a^2+4>0$ ,



∴，方程有两个不相等的两个实数根.

故选 D.

**【点评】** 本题考查了根的判别式：一元二次方程  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ) 的根与  $\Delta=b^2-4ac$  有如下关系：当  $\Delta>0$  时，方程有两个不相等的两个实数根；当  $\Delta=0$  时，方程有两个相等的两个实数根；当  $\Delta<0$  时，方程无实数根.

5. (3 分) 方程  $(x-1)(x+1)=1-x$  的解是 ( )

A.  $x=1$  B.  $x=-1$  C.  $x=1$  或  $x=-2$  D.  $x=-1$  或  $x=-2$

**【考点】** 解一元二次方程-因式分解法.

**【分析】** 先移项，再提公因式即可.

**【解答】** 解：  $(x-1)(x+1)+(x-1)=0$ ,

$$(x-1)(x+1+1)=0,$$

$$(x+2)(x-1)=0$$

$$x+2=0 \text{ 或 } x-1=0,$$

$$x=-2 \text{ 或 } 1,$$

故选 C.

**【点评】** 本题考查了用因式分解法解一元二次方程，掌握提公因式的方法是解题的关键.

6. (3 分) 进入夏季后，某电器商场为减少库存，对电热取暖器连续进行两次降价. 若设平均每次降价的百分率是  $x$ ，降价后的价格为  $y$  元，原价为  $a$  元，则  $y$  与  $x$  之间的函数关系式为 ( )

A.  $y=2a(x-1)$  B.  $y=2a(1-x)$  C.  $y=a(1-x^2)$  D.  $y=a(1-x)^2$

**【考点】** 根据实际问题列二次函数关系式.

**【分析】** 原价为  $a$ ，第一次降价后的价格是  $a \times (1-x)$ ，第二次降价是在第一次降价后的价格的基础上降价的，为  $a \times (1-x) \times (1-x) = a(1-x)^2$ .

**【解答】** 解：由题意第二次降价后的价格是  $a(1-x)^2$ .

则函数解析式是  $y=a(1-x)^2$ .

故选 D.

【点评】本题需注意第二次降价是在第一次降价后的价格的基础上降价的.

7. (3分) 若  $A(-4, y_1)$ ,  $B(-3, y_2)$ ,  $C(1, y_3)$  为二次函数  $y=x^2+4x-5$  的图象上的三点, 则  $y_1, y_2, y_3$  的大小关系是 ( )

A.  $y_1 < y_2 < y_3$     B.  $y_2 < y_1 < y_3$     C.  $y_3 < y_1 < y_2$     D.  $y_1 < y_3 < y_2$

【考点】二次函数图象上点的坐标特征.

【专题】计算题.

【分析】分别计算  $x=-4$ 、 $-3$ 、 $1$  时的函数值, 然后比较大小即可.

【解答】解: 当  $x=-4$  时,  $y_1=(-4)^2+4\times(-4)-5=-5$ ;

当  $x=-3$  时,  $y_2=(-3)^2+4\times(-3)-5=-8$ ;

当  $x=1$  时,  $y_3=1^2+4\times 1-5=0$ ,

所以  $y_2 < y_1 < y_3$ .

故选 B.

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征: 二次函数图象上点的坐标满足其解析式.

8. (3分) 如图, 抛物线  $y=ax^2+bx+c$  ( $a\neq 0$ ) 的对称轴为直线  $x=1$ , 与  $x$  轴的一个交点坐标为  $(-1, 0)$ , 其部分图象如图所示, 下列结论:

①  $4ac < b^2$ ;

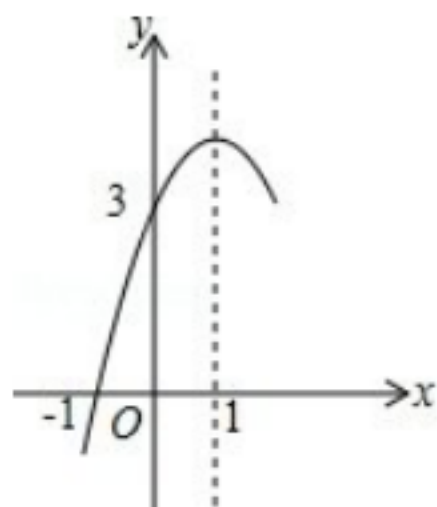
② 方程  $ax^2+bx+c=0$  的两个根是  $x_1=-1$ ,  $x_2=3$ ;

③  $3a+c > 0$

④ 当  $y > 0$  时,  $x$  的取值范围是  $-1 \leq x < 3$

⑤ 当  $x < 0$  时,  $y$  随  $x$  增大而增大

其中结论正确的个数是 ( )



A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

【考点】二次函数图象与系数的关系.

【专题】数形结合.

【分析】利用抛物线与  $x$  轴的交点个数可对①进行判断；利用抛物线的对称性得到抛物线与  $x$  轴的一个交点坐标为  $(3, 0)$ ，则可对②进行判断；由对称轴方程得到  $b = -2a$ ，然后根据  $x = -1$  时函数值为 0 可得到  $3a + c = 0$ ，则可对③进行判断；根据抛物线在  $x$  轴上方所对应的自变量的范围可对④进行判断；根据二次函数的性质对⑤进行判断.

【解答】解：∵ 抛物线与  $x$  轴有 2 个交点，

∴  $b^2 - 4ac > 0$ ，所以①正确；

∵ 抛物线的对称轴为直线  $x = 1$ ，

而点  $(-1, 0)$  关于直线  $x = 1$  的对称点的坐标为  $(3, 0)$ ，

∴ 方程  $ax^2 + bx + c = 0$  的两个根是  $x_1 = -1$ ， $x_2 = 3$ ，所以②正确；

∵  $x = -\frac{b}{2a} = 1$ ，即  $b = -2a$ ，

而  $x = -1$  时， $y = 0$ ，即  $a - b + c = 0$ ，

∴  $a + 2a + c = 0$ ，所以③错误；

∵ 抛物线与  $x$  轴的两点坐标为  $(-1, 0)$ ， $(3, 0)$ ，

∴ 当  $-1 < x < 3$  时， $y > 0$ ，所以④错误；

∵ 抛物线的对称轴为直线  $x = 1$ ，

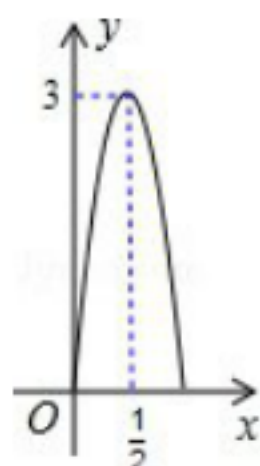
∴ 当  $x < 1$  时， $y$  随  $x$  增大而增大，所以⑤正确.

故选 B.

【点评】本题考查了二次函数图象与系数的关系：对于二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )，二次项系数  $a$  决定抛物线的开口方向和大小：当  $a > 0$  时，抛物线向上开口；当  $a < 0$  时，抛物线向下开口；一次项系数  $b$  和二次项系数  $a$  共同决定对称轴的位置：当  $a$  与  $b$  同号时（即  $ab > 0$ ），对称轴在  $y$  轴左；当  $a$  与  $b$  异号时（即  $ab < 0$ ），对称轴在  $y$  轴右；常数项  $c$  决定抛物线与  $y$  轴交点位置：抛物线与  $y$  轴交于  $(0, c)$ ；抛物线与  $x$  轴交点个数由  $\Delta$  决定： $\Delta = b^2 - 4ac > 0$  时，抛物线与  $x$  轴有 2 个交点； $\Delta = b^2 - 4ac = 0$  时，抛物线与  $x$  轴有 1 个交点； $\Delta = b^2 - 4ac < 0$  时，抛物线与  $x$  轴没有交点.



9. (3 分) 某市中心广场有各种音乐喷泉, 其中一个喷水管喷水的最大高度为 3 米, 此时距喷水管的水平距离为  $\frac{1}{2}$  米, 在如图所示的坐标系中, 这个喷泉的函数关系式是 ( )



- A.  $y = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 3$     B.  $y = -3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 3$     C.  $y = -12\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 3$     D.  $y = -12\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 3$

【考点】根据实际问题列二次函数关系式.

【分析】待定系数法求解可得.

【解答】解: 根据题意设函数解析式为  $y = a\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 3$ ,

将点  $(0, 0)$  代入, 得:  $\frac{1}{4}a + 3 = 0$ ,

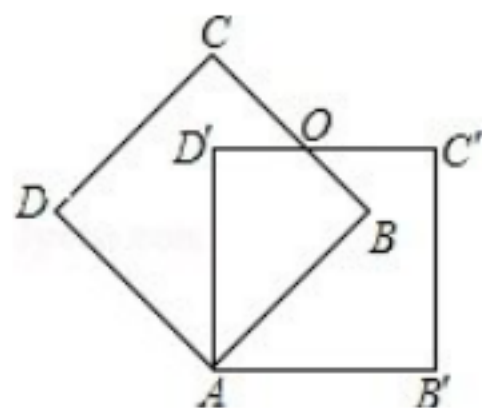
解得:  $a = -12$ ,

$\therefore$  函数解析式为  $y = -12\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 3$ ,

故选: C.

【点评】本题主要考查待定系数法求函数解析式, 熟练掌握待定系数法是解题的关键.

10. (3 分) 把边长为 3 的正方形 ABCD 绕点 A 顺时针旋转  $45^\circ$  得到正方形 AB'C'D', 边 BC 与 D'C' 交于点 O, 则四边形 ABOD' 的周长是 ( )



- A.  $6\sqrt{2}$     B. 6    C.  $3\sqrt{2}$     D.  $3 + 3\sqrt{2}$

【考点】旋转的性质；正方形的性质.

【分析】由边长为 3 的正方形 ABCD 绕点 A 顺时针旋转  $45^\circ$  得到正方形 AB'C'D'，利用勾股定理的知识求出 BC' 的长，再根据等腰直角三角形的性质，勾股定理可求 BO，OD'，从而可求四边形 ABOD' 的周长.

【解答】解：连接 BC'，

$\because$  旋转角  $\angle BAB' = 45^\circ$ ， $\angle BAD' = 45^\circ$ ，

$\therefore$  B 在对角线 AC' 上，

$\because B'C' = AB' = 3$ ，

在 Rt $\triangle AB'C'$  中， $AC' = \sqrt{A'B'^2 + B'C'^2} = 3\sqrt{2}$ ，

$\therefore BC' = 3\sqrt{2} - 3$ ，

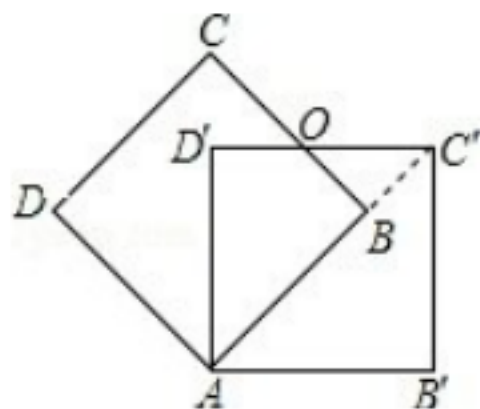
在等腰 Rt $\triangle OBC'$  中， $OB = BC' = 3\sqrt{2} - 3$ ，

在直角三角形 OBC' 中， $OC = \sqrt{2}(3\sqrt{2} - 3) = 6 - 3\sqrt{2}$ ，

$\therefore OD' = 3 - OC' = 3\sqrt{2} - 3$ ，

$\therefore$  四边形 ABOD' 的周长是： $2AD' + OB + OD' = 6 + 3\sqrt{2} - 3 + 3\sqrt{2} - 3 = 6\sqrt{2}$ .

故选：A.



【点评】本题考查了旋转的性质、正方形的性质以及等腰直角三角形的性质. 此题难度适中，注意连接 BC' 构造等腰 Rt $\triangle OBC'$  是解题的关键，注意旋转中的对应关系.

二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.

11. (3 分) 二次函数  $y = x^2 - 4x - 3$  的顶点坐标是 ( 2 , -7 ).

【考点】二次函数的性质.

【分析】先把  $y = x^2 - 4x - 3$  进行配方得到抛物线的顶点式  $y = (x - 2)^2 - 7$ ，根据二次函数的性质即可得到其顶点坐标.

【解答】解： $\because y = x^2 - 4x - 3$

$$=x^2 - 4x + 4 - 7$$

$$= (x - 2)^2 - 7,$$

∴二次函数  $y=x^2 - 4x+7$  的顶点坐标为 (2, -7).

故答案为 (2, -7).

**【点评】** 本题主要考查二次函数的顶点坐标，掌握二次函数的顶点式是解题的关键.

12. (3 分) 已知一元二次方程  $x^2+mx+m - 1=0$  有两个相等的实数根，则  $m=$  2.

**【考点】** 根的判别式.

**【分析】** 首先根据原方程根的情况，利用根的判别式求出  $m$  的值即可.

**【解答】** 解：∵关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - mx+m - 1=0$  有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta=b^2 - 4ac=m^2 - 4 \times 1 \times (m - 1) =m^2 - 4m+4= (m - 2)^2=0,$$

$$\therefore m=2,$$

故答案为：2.

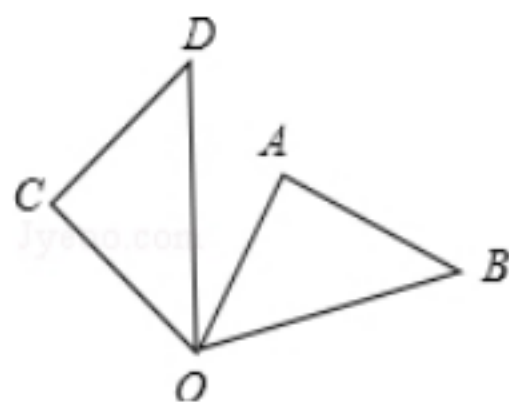
**【点评】** 此题考查了根的判别式，一元二次方程根的情况与判别式  $\Delta$  的关系：

(1)  $\Delta > 0 \Leftrightarrow$  方程有两个不相等的实数根；

(2)  $\Delta = 0 \Leftrightarrow$  方程有两个相等的实数根；

(3)  $\Delta < 0 \Leftrightarrow$  方程没有实数根.

13. (3 分) 如图， $\triangle OAB$  绕点  $O$  逆时针旋转  $80^\circ$  到  $\triangle OCD$  的位置，已知  $\angle AOB=45^\circ$ ，则  $\angle AOD$  等于 35 度.



**【考点】** 旋转的性质.

**【分析】** 根据旋转的意义，找到旋转角  $\angle BOD$ ；再根据角相互间的和差关系即可求出  $\angle AOD$  的度数.



**【解答】**解：∵△OAB 绕点 O 逆时针旋转  $80^\circ$  到△OCD 的位置，  
∴ $\angle BOD=80^\circ$ ，  
∵ $\angle AOB=45^\circ$ ，  
则 $\angle AOD=80^\circ - 45^\circ=35^\circ$ 。

故填 35。

**【点评】**本题考查了图形的旋转变换，学生主要要看清是顺时针还是逆时针旋转，旋转多少度，难度不大，但易错。注意 $\angle AOD=\angle BOD - \angle AOB$ 。

14. (3 分) 若将方程  $x^2+6x=7$  化为  $(x+m)^2=16$ ，则  $m=\underline{3}$ 。

**【考点】**解一元二次方程-配方法。

**【分析】**此题实际上是利用配方法解方程。配方法的一般步骤：

- (1) 把常数项移到等号的右边；
- (2) 把二次项的系数化为 1；
- (3) 等式两边同时加上一次项系数一半的平方。

**【解答】**解：在方程  $x^2+6x=7$  的两边同时加上一次项系数的一半的平方，得  
 $x^2+6x+3^2=7+3^2$ ，  
配方，得

$$(x+3)^2=16.$$

所以， $m=3$ 。

故答案为：3。

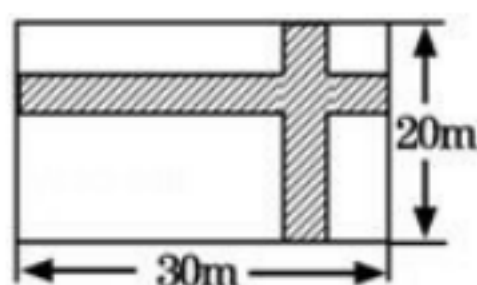
**【点评】**本题考查了解一元二次方程——配方法。用配方法解一元二次方程的步骤：

(1) 形如  $x^2+px+q=0$  型：第一步移项，把常数项移到右边；第二步配方，左右两边加上一次项系数一半的平方；第三步左边写成完全平方式；第四步，直接开方即可。

(2) 形如  $ax^2+bx+c=0$  型，方程两边同时除以二次项系数，即化成  $x^2+px+q=0$ ，然后配方。

15. (3 分) 如图，在宽为 20 米、长为 30 米的矩形地面上修建两条同样宽的道

路，余下部分作为耕地．若耕地面积需要  $551 \text{ 米}^2$ ，求修建的路宽．设路宽为  $x\text{m}$ ，可列方程  $(30 - x)(20 - x) = 551$ ．



【考点】由实际问题抽象出一元二次方程．

【专题】应用题．

【分析】可以用平移的知识假设把路移动边上，那么余下耕地部分的长和宽可表示出来，设路宽为  $x\text{m}$ ，根据面积可列出方程．

【解答】解：设路宽为  $x\text{m}$ ，那么余下耕地的长为  $(30 - x)$ ，宽为  $(20 - x)$ ，根据面积可列出方程．

$$(30 - x)(20 - x) = 551.$$

故答案为： $(30 - x)(20 - x) = 551$ ．

【点评】本题考查理解题意的能力，关键是余下耕地的长和宽表示出来，然后根据面积可列出方程．

16. (3 分) 已知  $m$  是关于  $x$  的方程  $x^2 - 2x - 3 = 0$  的一个根，则  $2m^2 - 4m =$  6．

【考点】一元二次方程的解．

【专题】推理填空题．

【分析】根据  $m$  是关于  $x$  的方程  $x^2 - 2x - 3 = 0$  的一个根，通过变形可以得到  $2m^2 - 4m$  值，本题得以解决．

【解答】解：∵  $m$  是关于  $x$  的方程  $x^2 - 2x - 3 = 0$  的一个根，

$$\therefore m^2 - 2m - 3 = 0,$$

$$\therefore m^2 - 2m = 3,$$

$$\therefore 2m^2 - 4m = 6,$$

故答案为：6．

【点评】本题考查一元二次方程的解，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件．

17. (3 分) 已知抛物线  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 的对称轴为直线  $x=1$ , 且经过点  $P(3, 0)$ , 则抛物线与  $x$  轴的另一个交点坐标为  $(-1, 0)$ .

【考点】抛物线与  $x$  轴的交点.

【分析】根据抛物线的对称性和  $P(3, 0)$  为  $x$  轴上的点, 即可求出另一个点的交点坐标.

【解答】解: 由于函数对称轴为  $x=1$ , 而  $P(3, 0)$  位于  $x$  轴上, 则设与  $x$  轴另一交点坐标为  $(m, 0)$ ,

根据题意得:  $\frac{m+3}{2}=1$ ,

解得  $m=-1$ ,

则抛物线与  $x$  轴的另一个交点坐标为  $(-1, 0)$ ,

故答案是:  $(-1, 0)$ .

【点评】本题考查了抛物线与  $x$  轴的交点, 要知道, 抛物线与  $x$  轴的两交点关于对称轴对称.

18. (3 分) 二次函数  $y=ax^2+bx+c$  图象上部分点的对应值如下表:

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$	6	0	-4	-6	-6	-4	0	6

则使  $y < 0$  的  $x$  的取值范围为  $-2 < x < 3$ .

【考点】二次函数的图象.

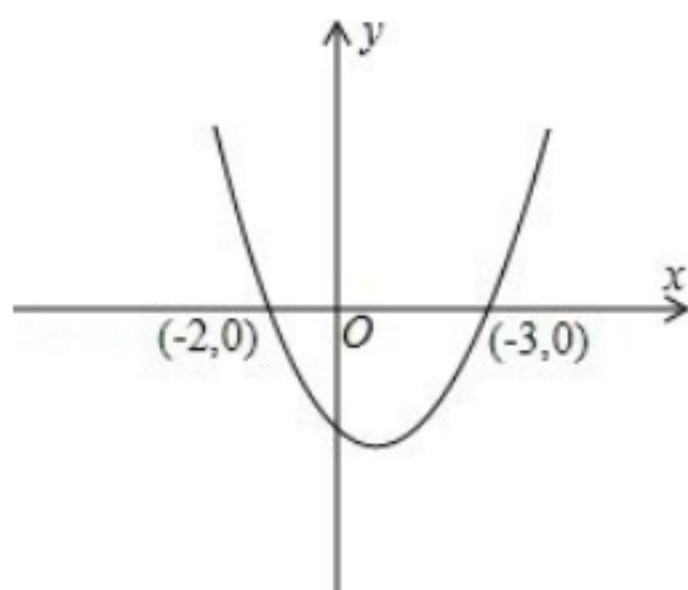
【专题】压轴题; 图表型.

【分析】由表中数据可知抛物线  $y=ax^2+bx+c$  与  $x$  轴的交点为  $(-2, 0)$ 、 $(3, 0)$ , 然后画出草图即可确定  $y < 0$  的是  $x$  的取值范围.

【解答】解: 由表中数据可知抛物线  $y=ax^2+bx+c$  与  $x$  轴的交点为  $(-2, 0)$ 、 $(3, 0)$ ,

画出草图, 可知使  $y < 0$  的  $x$  的取值范围为  $-2 < x < 3$ .





【点评】观察二次函数的对应值的表格，关键是寻找对称点，顶点坐标及对称轴，利用对称性解答.

三、解答题（一）：本大题共 5 小题，共 33 分. 解答时，应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

19.（8 分）按要求解一元二次方程：

（1） $x^2 - 10x + 9 = 0$ （配方法）

（2） $x(x - 2) + x - 2 = 0$ （因式分解法）

【考点】解一元二次方程-因式分解法；解一元二次方程-配方法.

【分析】（1）首先将常数项移到等号的右侧，再将等号左右两边同时加上一次项系数一半的平方，即可将等号左边的代数式写成完全平方形式.

（2）方程左边分解因式后，利用两数相乘积为 0，两因式中至少有一个为 0 转化为两个一元一次方程来求解.

【解答】解：（1） $x^2 - 10x + 9 = 0$ （配方法）

$$(x - 5)^2 = 16,$$

$$\therefore x - 5 = 4 \text{ 或 } x - 5 = -4,$$

$$\therefore x_1 = 9 \text{ 或 } x_2 = 1.$$

（2） $x(x - 2) + x - 2 = 0$ （因式分解法）

$$(x - 2)(x + 1) = 0,$$

$$\therefore x - 2 = 0 \text{ 或 } x + 1 = 0,$$

$$\therefore x_1 = 2 \text{ 或 } x_2 = -1.$$

【点评】此题考查了解一元二次方程 - 因式分解法和配方法，熟练掌握因式分解的方法和配方的方法是解本题的关键.

20. (8 分) 选择适当的方法解方程:

(1)  $2(x-3)=3x(x-3)$ .

(2)  $2x^2-3x+1=0$ .

【考点】解一元二次方程-因式分解法.

【分析】(1) 方程移项后, 左边分解因式后, 利用两数相乘积为 0, 两因式中至少有一个为 0 转化为两个一元一次方程来求解.

(2) 方程左边分解因式后, 利用两数相乘积为 0, 两因式中至少有一个为 0 转化为两个一元一次方程来求解.

【解答】解: (1)  $2(x-3)=3x(x-3)$ .

$$(x-3)(3x-2)=0,$$

$$\therefore x-3=0 \text{ 或 } 3x-2=0,$$

$$\therefore x_1=3 \text{ 或 } x_2=\frac{2}{3}.$$

(2)  $2x^2-3x+1=0$ .

$$(x-1)(2x-1)=0,$$

$$\therefore x-1=0 \text{ 或 } 2x-1=0,$$

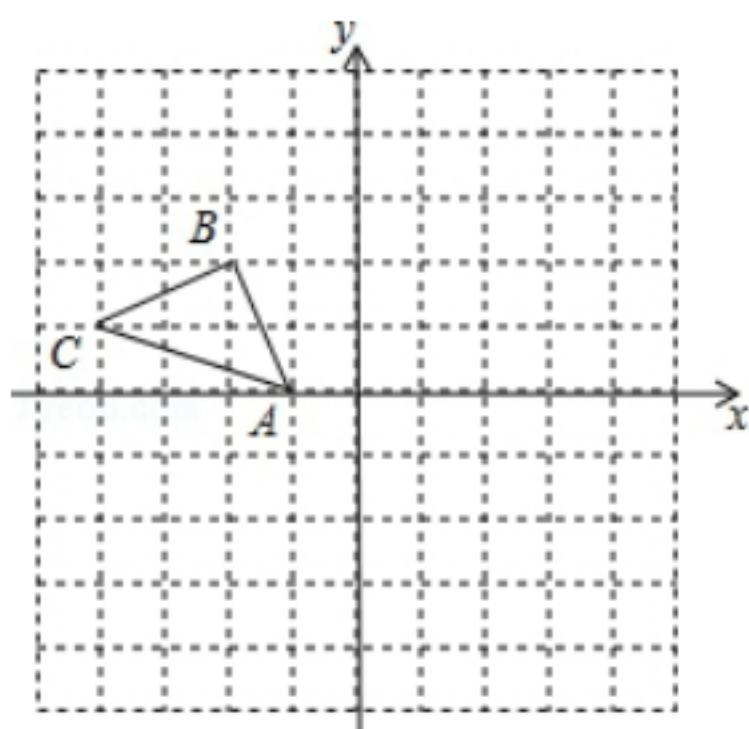
$$\therefore x_1=1 \text{ 或 } x_2=\frac{1}{2}.$$

【点评】本题考查了解一元二次方程 - 因式分解法: 把一元二次方程变形为一般式, 再把方程左边进行因式分解, 然后把方程转化为两个一元一次方程, 解这两个一元一次方程得到原方程的解.

21. (6 分) 正方形网格中 (网格中的每个小正方形边长是 1),  $\triangle ABC$  的顶点均在格点上, 请在所给的直角坐标系中解答下列问题:

(1) 作出  $\triangle ABC$  绕点 A 逆时针旋转  $90^\circ$  的  $\triangle AB_1C_1$ , 再作出  $\triangle AB_1C_1$  关于原点 O 成中心对称的  $\triangle A_1B_2C_2$ .

(2) 点  $B_1$  的坐标为  $(-2, -3)$ , 点  $C_2$  的坐标为  $(3, 1)$ .



【考点】作图-旋转变换.

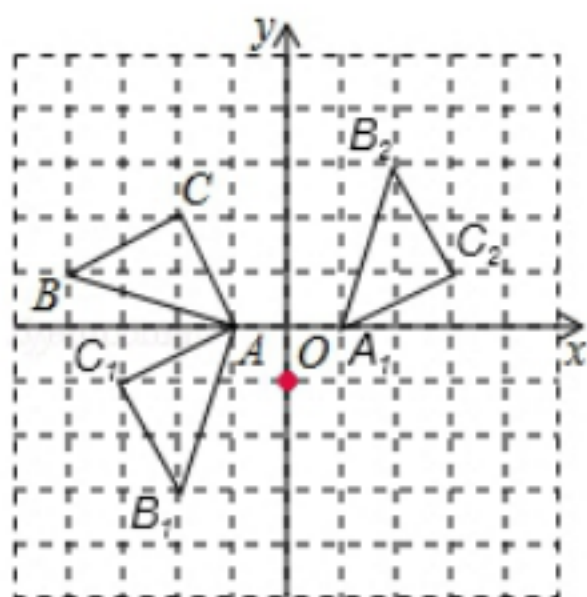
【分析】(1) 直接利用关于原点对称点的性质得出对应点位置进而得出答案;

(2) 直接利用 (1) 中所画图形, 进而得出答案.

【解答】解: (1) 如图所示  $\triangle AB_1C_1$ ,  $\triangle A_1B_2C_2$ , 即为所求;

(2) 如图所示:  $B_1(-2, -3)$ ,  $C_2(3, 1)$ ;

故答案为:  $(-2, -3)$ ,  $(3, 1)$ .



【点评】此题主要考查了旋转变换, 正确得出对应点位置是解题关键.

22. (5 分) 已知二次函数的图象以  $A(-1, 4)$  为顶点, 且过点  $B(2, -5)$ .

(1) 求该二次函数的表达式;

(2) 求该二次函数图象与  $y$  轴的交点坐标.

【考点】待定系数法求二次函数解析式.

【分析】(1) 根据顶点  $A(-1, 4)$ , 可设二次函数关系式为  $y=a(x+1)^2+4$  ( $a \neq 0$ ), 然后代入  $B$  的坐标求得  $a$  的值, 从而求得函数的解析式;

(2) 在二次函数的解析式中令  $x=0$ , 即可求得与  $y$  轴的交点的纵坐标, 从而求



得与  $y$  轴的交点坐标.

**【解答】**解：(1) 由顶点  $A(-1, 4)$ ，可设二次函数关系式为  $y=a(x+1)^2+4$  ( $a \neq 0$ ).

$\because$  二次函数的图象过点  $B(2, -5)$ ,

$\therefore$  点  $B(2, -5)$  满足二次函数关系式,

$$\therefore -5=a(2+1)^2+4,$$

解得  $a=-1$ .

$\therefore$  二次函数的关系式是  $y=-(x+1)^2+4$ ;

(2) 令  $x=0$ , 则  $y=-(0+1)^2+4=3$ ,

$\therefore$  图象与  $y$  轴的交点坐标为  $(0, 3)$ .

**【点评】**此题考查了待定系数法确定二次函数解析式，抛物线与  $y$  轴的交点，以及坐标与图形性质，灵活运用待定系数法是解本题的关键.

23. (6分) 如图，一农户要建一个矩形猪舍，猪舍的一边利用长为  $12\text{m}$  的住房墙，另外三边用  $25\text{m}$  长的建筑材料围成，为方便进出，在垂直于住房墙的一边留一个  $1\text{m}$  宽的门，所围矩形猪舍的长、宽分别为多少时，猪舍面积为  $80\text{m}^2$ ?



**【考点】**一元二次方程的应用.

**【专题】**几何图形问题.

**【分析】**设矩形猪舍垂直于住房墙一边长为  $x\text{m}$  可以得出平行于墙的一边的长为  $(25-2x+1)\text{m}$ . 根据矩形的面积公式建立方程求出其解就可以了.

**【解答】**解：设矩形猪舍垂直于住房墙一边长为  $x\text{m}$  可以得出平行于墙的一边的长为  $(25-2x+1)\text{m}$ , 由题意得

$$x(25-2x+1)=80,$$

化简，得  $x^2-13x+40=0$ ,

解得：  $x_1=5$ ,  $x_2=8$ ,

当  $x=5$  时,  $26-2x=16>12$  (舍去), 当  $x=8$  时,  $26-2x=10<12$ ,

答：所围矩形猪舍的长为 10m、宽为 8m.

【点评】本题考查了列一元二次方程解实际问题的运用，矩形的面积公式的运用及一元二次方程的解法的运用，解答时寻找题目的等量关系是关键.

四、解答题（二）：本大题共 5 小题，共 33 分. 解答时，应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

24.（6 分）已知二次函数  $y=x^2-2x-3$ .

（1）用配方法将解析式化为  $y=(x-h)^2+k$  的形式；

（2）求这个函数图象与  $x$  轴的交点坐标.

【考点】二次函数的三种形式.

【分析】（1）利用配方法把二次函数的一般式化为顶点式即可；

（2）令  $y=0$ ，得到关于  $x$  的一元二次方程，解方程即可.

【解答】解：（1） $y=(x^2-2x+1)-4$   
 $= (x-1)^2-4$ ;

（2）令  $y=0$ ，得  $x^2-2x-3=0$ ,

解得  $x_1=3$ ,  $x_2=-1$ ,

$\therefore$  这条抛物线与  $x$  轴的交点坐标为  $(3, 0)$ ,  $(-1, 0)$ .

【点评】本题考查的是二次函数的三种形式以及求抛物线与  $x$  轴的交点坐标，正确利用配方法把二次函数的一般式化为顶点式是解题的关键.

25.（6 分）已知关于  $x$  的方程  $mx^2+x+1=0$ ，试按要求解答下列问题：

（1）当该方程有一根为 1 时，试确定  $m$  的值；

（2）当该方程有两个不相等的实数根时，试确定  $m$  的取值范围.

【考点】根的判别式；一元二次方程的解.

【专题】计算题.

【分析】（1）将  $x=1$  代入方程得到关于  $m$  的方程，求出方程的解即可得到  $m$  的值；

（2）由方程有两个不相等的实数根，得到根的判别式的值大于 0，列出关于  $m$  的不等式，求出不等式的解集即可得到  $m$  的范围.

【解答】解：（1）将  $x=1$  代入方程得：  $m+1+1=0$ ，

解得：  $m=-2$ ；

（2）由方程有两个不相等的实数根，得到  $\Delta=b^2-4ac=1-4m>0$ ，且  $m\neq 0$ ，

解得：  $m<\frac{1}{4}$  且  $m\neq 0$ 。

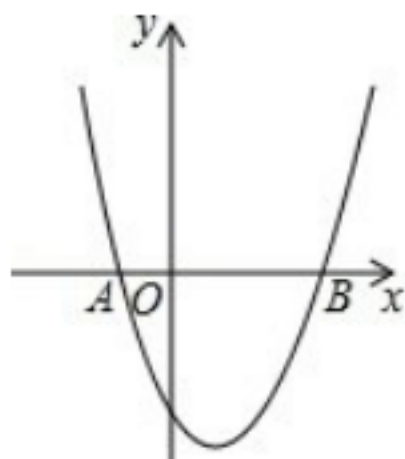
【点评】此题考查了一元二次方程根的判别式，根的判别式的值大于 0，方程有两个不相等的实数根；根的判别式的值等于 0，方程有两个相等的实数根；根的判别式的值小于 0，方程没有实数根。

26.（7 分）如图，已知抛物线  $y=x^2+bx+c$  经过 A（-1，0）、B（3，0）两点。

（1）求抛物线的解析式和顶点坐标；

（2）当  $0<x<3$  时，求  $y$  的取值范围；

（3）点 P 为抛物线上一点，若  $S_{\triangle PAB}=10$ ，求出此时点 P 的坐标。



【考点】待定系数法求二次函数解析式；二次函数的性质。

【分析】（1）由点 A、B 的坐标利用待定系数法即可求出抛物线的解析式，再利用配方法即可求出抛物线顶点坐标；

（2）结合函数图象以及 A、B 点的坐标即可得出结论；

（3）设 P（x，y），根据三角形的面积公式以及  $S_{\triangle PAB}=10$ ，即可算出  $y$  的值，代入抛物线解析式即可得出点 P 的坐标。

【解答】解：（1）把 A（-1，0）、B（3，0）分别代入  $y=x^2+bx+c$  中，

$$\text{得：} \begin{cases} 1-b+c=0 \\ 9+3b+c=0 \end{cases}, \text{解得：} \begin{cases} b=-2 \\ c=-3 \end{cases},$$

$\therefore$  抛物线的解析式为  $y=x^2-2x-3$ 。

$\because y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$ ，

$\therefore$  顶点坐标为（1，-4）。



(2) 由图可得当  $0 < x < 3$  时,  $-4 \leq y < 0$ .

(3)  $\because A(-1, 0), B(3, 0)$ ,

$\therefore AB=4$ .

设  $P(x, y)$ , 则  $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2}AB \cdot |y| = 2|y| = 10$ ,

$\therefore |y|=5$ ,

$\therefore y = \pm 5$ .

①当  $y=5$  时,  $x^2 - 2x - 3 = 5$ , 解得:  $x_1 = -2, x_2 = 4$ ,

此时  $P$  点坐标为  $(-2, 5)$  或  $(4, 5)$ ;

②当  $y=-5$  时,  $x^2 - 2x - 3 = -5$ , 方程无解;

综上所述,  $P$  点坐标为  $(-2, 5)$  或  $(4, 5)$ .

**【点评】** 本题考查了待定系数法求函数解析式、三角形的面积公式以及二次函数图象上点的坐标特征, 解题的关键是: (1) 利用待定系数法求出函数解析式; (2) 根据函数图象解不等式; (3) 找出关于  $y$  的方程. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 根据点的坐标利用待定系数法求出函数解析式是关键.

27. (6 分) 阅读新知: 移项且合并同类项之后, 只含有偶次项的四次方程称作双二次方程. 其一般形式为  $ax^4 + bx^2 + c = 0$  ( $a \neq 0$ ), 一般通过换元法解之, 具体解法是设  $x^2 = y$ , 则原四次方程化为一元二次方程:  $ay^2 + by + c = 0$ , 解出  $y$  之后代入  $x^2 = y$ , 从而求出  $x$  的值. 例如解:  $4x^4 - 8x^2 + 3 = 0$

解: 设  $x^2 = y$ , 则原方程可化为:  $4y^2 - 8y + 3 = 0$

$\because a=4, b=-8, c=3$

$\therefore b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \times 4 \times 3 = 16 > 0$

$\therefore y = \frac{-(-8) \pm \sqrt{16}}{2 \times 4} = \frac{8 \pm 4}{8}$

$\therefore y_1 = \frac{1}{2}$ ,

$\therefore y_2 = \frac{3}{2}$

$\therefore$  当  $y_1 = \frac{1}{2}$  时,  $x^2 = \frac{1}{2}$

$\therefore x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}, x_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ; 当  $y_1 = \frac{3}{2}$  时,  $x^2 = \frac{3}{2}$

$$\therefore x_3 = \frac{\sqrt{6}}{2}, x_4 = -\frac{\sqrt{6}}{2}$$

小试牛刀：请你解双二次方程： $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$

归纳提高：思考以上解题方法，试判断双二次方程的根的情况，下列说法正确的是 ①②③④（选出所有的正确答案）

①当  $b^2 - 4ac \geq 0$  时，原方程一定有实数根；②当  $b^2 - 4ac < 0$  时，原方程一定没有实数根；③当  $b^2 - 4ac \geq 0$ ，并且换元之后的一元二次方程有两个正实数根时，原方程有 4 个实数根，换元之后的一元二次方程有一个正实数根一个负实数根时，原方程有 2 个实数根；④原方程无实数根时，一定有  $b^2 - 4ac < 0$ 。

【考点】换元法解一元二次方程。

【专题】阅读型。

【分析】先设  $y = x^2$ ，则原方程变形为  $y^2 - 2y - 8 = 0$ ，运用因式分解法解得  $y_1 = -2$ ， $y_2 = 4$ ，再把  $y = -2$  和 4 分别代入  $y = x^2$  得到关于  $x$  的一元二次方程，然后解两个一元二次方程，最后确定原方程的解。

根据阅读新知和小试牛刀即可判断①②③④。

【解答】解： $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$

设  $y = x^2$ ，则原方程变为： $y^2 - 2y - 8 = 0$ 。

分解因式，得  $(y+2)(y-4) = 0$ ，

解得， $y_1 = -2$ ， $y_2 = 4$ ，

当  $y = -2$  时， $x^2 = -2$ ， $x^2 + 2 = 0$ ， $\Delta = 0 - 4 \times 2 < 0$ ，此方程无实数解；

当  $y = 4$  时， $x^2 = 4$ ，解得  $x_1 = -2$ ， $x_2 = 2$ ，

所以原方程的解为  $x_1 = -2$ ， $x_2 = 2$ 。

根据阅读新知和小试牛刀即可判断①②③④；

故答案为①②③④。

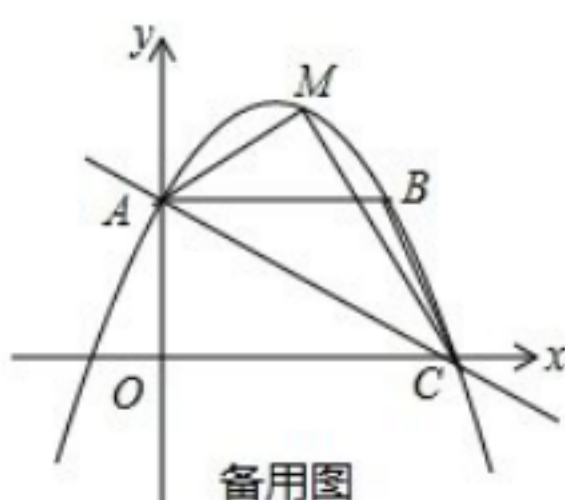
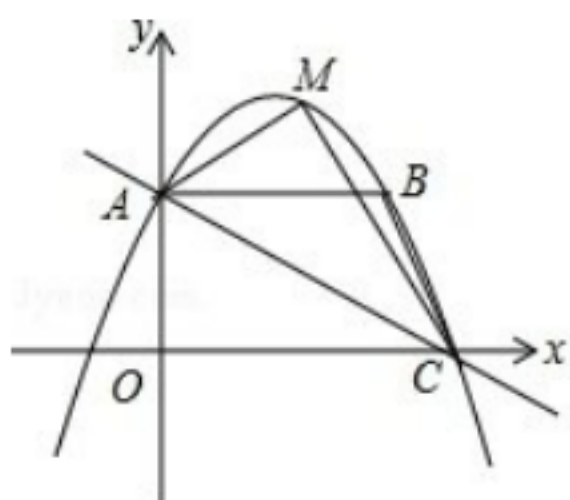
【点评】本题考查了换元法解一元二次方程：当所给方程是双二次方程时，可考虑用换元法降次求解。

28.（8分）如图，平面直角坐标系  $xOy$  中，直线  $AC$  分别交坐标轴于  $A$ ， $C(8, 0)$  两点， $AB \parallel x$  轴， $B(6, 4)$ 。

（1）求过  $B$ ， $C$  两点的抛物线  $y = ax^2 + bx + 4$  的表达式；

(2) 点 P 从 C 点出发以每秒 1 个单位的速度沿线段 CO 向 O 点运动，同时点 Q 从 A 点出发以相同的速度沿线段 AB 向 B 点运动，其中一个动点到达端点时，另一个也随之停止运动。设运动时间为 t 秒。当 t 为何值时，四边形 BCPQ 为平行四边形；

(3) 若点 M 为直线 AC 上方的抛物线上一动点，当点 M 运动到什么位置时， $\triangle AMC$  的面积最大？求出此时 M 点的坐标和  $\triangle AMC$  的最大面积。



【考点】二次函数综合题。

【分析】(1) 用待定系数法就可求出过 B, C 三点的抛物线的表达式。

(2) 若四边形 BCPQ 为平行四边形，则有  $BQ=CP$ ，从而建立关于 t 的方程，就可求出 t 的值。

(3) 过点 M 作 x 轴的垂线，交 AC 于点 N，设点 M 的横坐标为 m，由  $S_{\triangle AMC}=S_{\triangle AMN}+S_{\triangle CMN}=\frac{1}{2}MN \cdot OC$  可以得到  $S_{\triangle AMC}=-\frac{1}{2}(m-4)^2+16$ 。然后利用二次函数的最值性就可解决问题

【解答】解：(1) 如图 1，

$\because$  过 B(6, 4), C(8, 0) 两点的抛物线  $y=ax^2+bx+4$ 。

$$\therefore \begin{cases} 36a+6b+4=4, \\ 64a+8b+4=0 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-\frac{1}{4} \\ b=\frac{3}{2} \end{cases}$$

$\therefore$  过 B、C 三点的抛物线的表达式为  $y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+4$

(2) 如图 2，

由题可得： $BQ=6-t$ ， $CP=t$ 。

当  $BQ \parallel CP$  且  $BQ=CP$  时，四边形 BCPQ 为平行四边形。



$$\therefore 6 - t = t.$$

解得：  $t=3$ .

(3) 过点  $M$  作  $x$  轴的垂线，交  $AC$  于点  $N$ ，如图 3，

设直线  $AC$  的解析式为  $y=kx+4$ ，

则有  $8k+4=0$ .

$$\text{解得： } k = -\frac{1}{2}.$$

$$\therefore \text{直线 } AC \text{ 的解析式为 } y = -\frac{1}{2}x + 4.$$

设点  $M$  的横坐标为  $m$ ，

$$\text{则有 } y_M = -\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m + 4, \quad y_N = -\frac{1}{2}m + 4.$$

$$\therefore MN = y_M - y_N$$

$$= \left( -\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m + 4 \right) - \left( -\frac{1}{2}m + 4 \right)$$

$$= -\frac{1}{4}m^2 + 2m.$$

$$\therefore S_{\triangle AMC} = S_{\triangle AMN} + S_{\triangle CMN}$$

$$= \frac{1}{2}MN \cdot OC$$

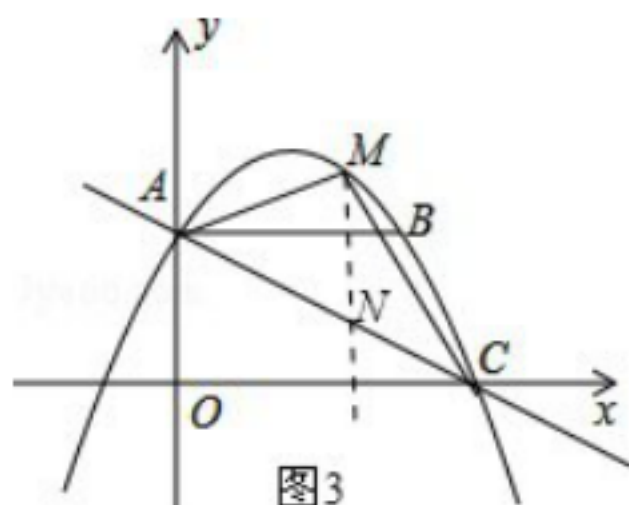
$$= \frac{1}{2} \times \left( -\frac{1}{4}m^2 + 2m \right) \times 8$$

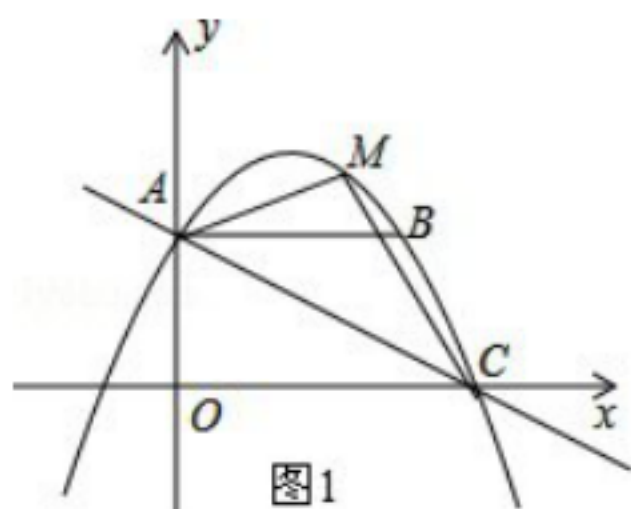
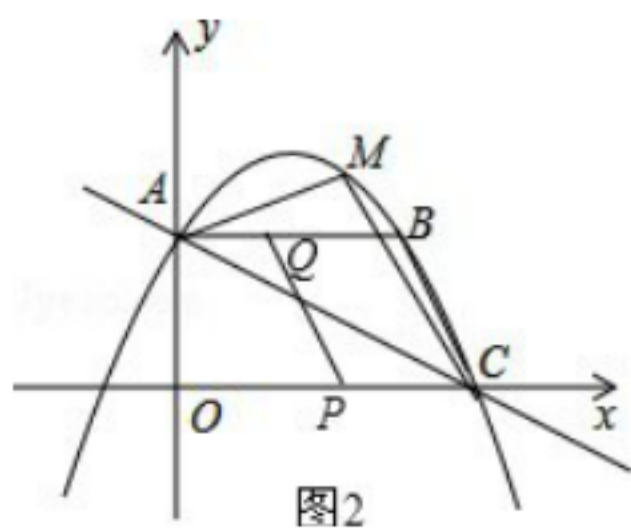
$$= -m^2 + 8m$$

$$= -(m-4)^2 + 16. \quad (0 < m < 8)$$

$$\because -1 < 0,$$

$\therefore$  当  $m=4$  时， $S_{\triangle AMC}$  取到最大值，最大值为 16，此时点  $M$  的坐标为  $(4, 6)$ .





【点评】此题是二次函数综合题，主要考查了用待定系数法求二次函数的解析式及一次函数的解析式、二次函数的最值、平行四边形的性质等知识，三角形的面积，有一定的综合性，解本题的关键是掌握坐标系中，求三角形的面积的方法.

# VV99.net

免费文档下载