

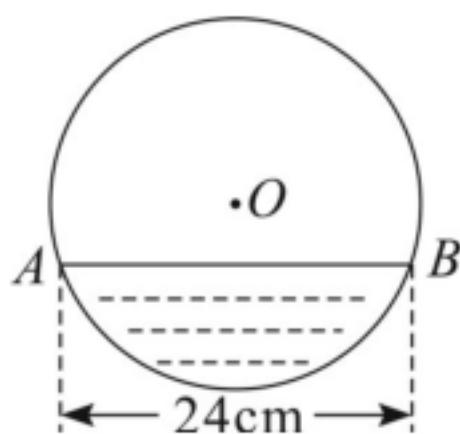
### 3.3 《垂径定理》(2) — 浙教版数学九年级上册课堂分层训练

#### 一、基础应用

1. 下列命题正确的是 ( )

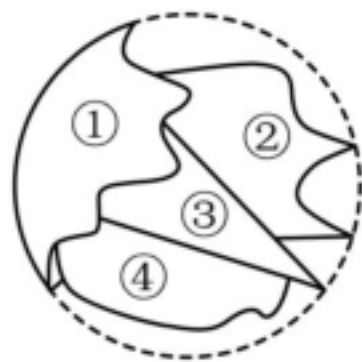
- A. 平分一条直径的弦必垂直于这条直径
- B. 平分一条弧的直线垂直于这条弧所对的弦
- C. 弦的垂线必经过这条弦所在圆的圆心
- D. 平分弧的直径垂直平分弧所对的弦

2. 如图所示一个圆柱体容器内装入一些水, 截面  $AB$  在圆心  $O$  下方, 若  $\odot O$  的直径为  $26\text{cm}$ , 水面宽  $AB = 24\text{cm}$ , 则水的最大深度为 ( )



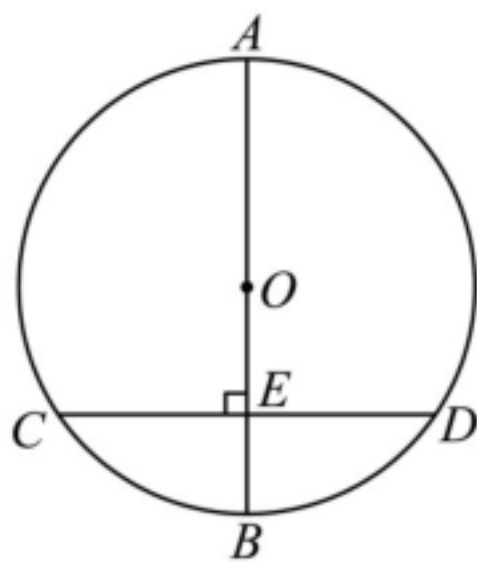
- A.  $5\text{cm}$                       B.  $7\text{cm}$                       C.  $8\text{cm}$                       D.  $10\text{cm}$

3. 小明不慎把家里的圆形镜子打碎了 (如图), 其中四块碎片如图所示, 为了配到与原来大小一样的圆形镜子, 小明带到商店去的碎片应该是 ( )



- A. ①                      B. ②                      C. ③                      D. ④

4. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $CD$  为弦,  $CD \perp AB$  于点  $E$ , 则下列结论中不成立的是 ( )



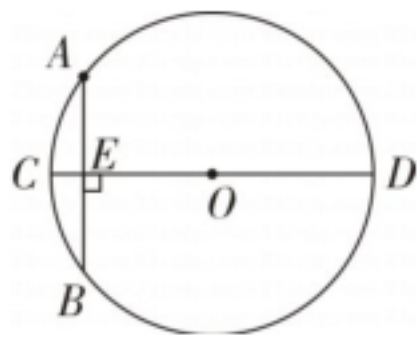
A.  $\overline{AC} = \overline{AD}$

B.  $\overline{BC} = \overline{BD}$

C.  $OE = BE$

D.  $CE = DE$

5. 如图,  $CD$  为  $\odot O$  的直径, 弦  $AB \perp CD$  于  $E$ ,  $OE = 12$ ,  $CD = 26$ , 那么弦  $AB$  的长为 ( )



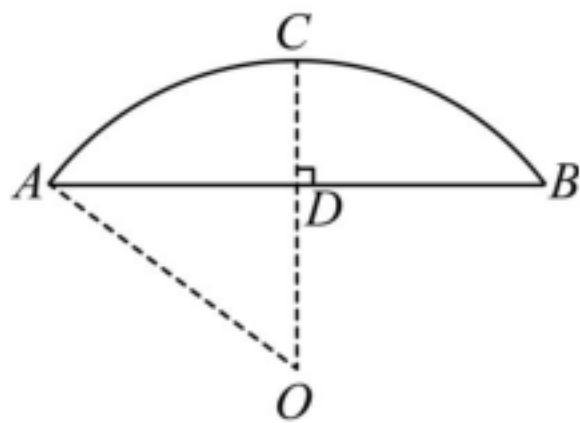
A. 5

B. 10

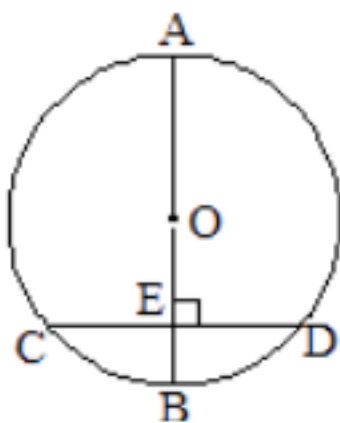
C. 12

D. 13

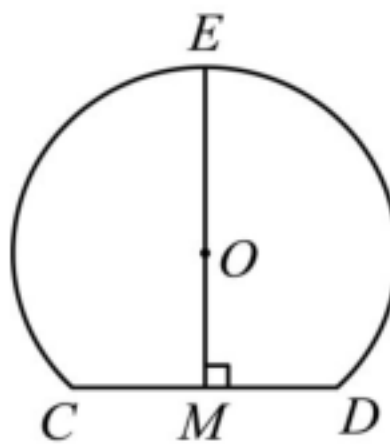
6. 如图, 某蔬菜基地建蔬菜大棚的剖面, 半径  $OA = 10m$ , 地面宽  $AB = 16m$ , 则高度  $CD$  为\_\_\_\_\_.



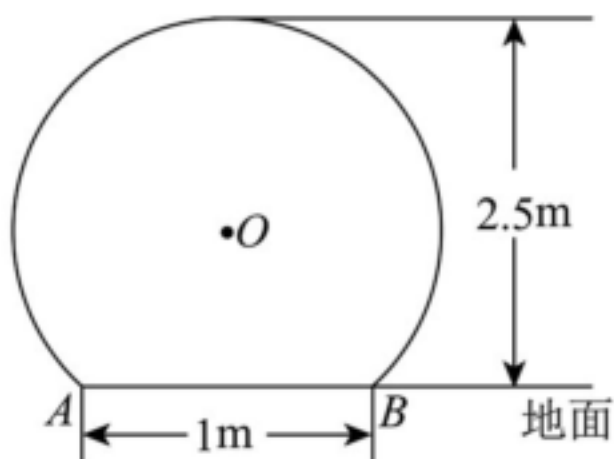
7. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 弦  $CD \perp AB$  于点  $E$ , 若  $AB = 10$ ,  $CD = 6$ , 则  $BE =$ \_\_\_\_\_.



8. 如下图是一个隧道的横截面, 它的形状是以点  $O$  为圆心的圆的一部分. 如果  $M$  是  $\odot O$  中弦  $CD$  的中点,  $EM$  经过圆心  $O$  交圆  $O$  于点  $E$ , 并且  $CD = 4m$ ,  $EM = 6m$ . 求  $\odot O$  的半径.



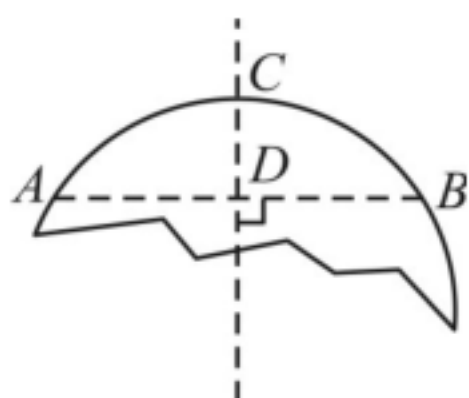
9. “圆”是中国文化的一个重要精神元素, 在式建筑中有着广泛的应用, 例如古典园林中的门洞, 如图, 某地园林中的一个圆弧形门洞的高为  $2.5m$ , 地面入口宽为  $1m$ , 求该门洞的半径.



## 二、能力提升

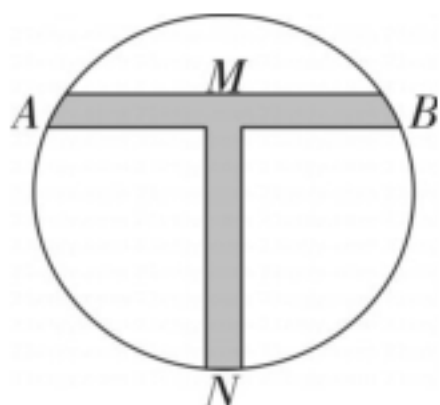
10. 数学活动课上，同学们要测一个如图所示的残缺圆形工件的半径，小明的解决方案是：在工件

圆弧上任取两点 $A, B$ ，连接 $AB$ ，作 $AB$ 的垂直平分线 $CD$ 交 $AB$ 于点 $D$ ，交 $\overline{AB}$ 于点 $C$ ，测出 $AB = 40\text{ cm}$ ,  $CD = 10\text{ cm}$ ，则圆形工件的半径为（ ）



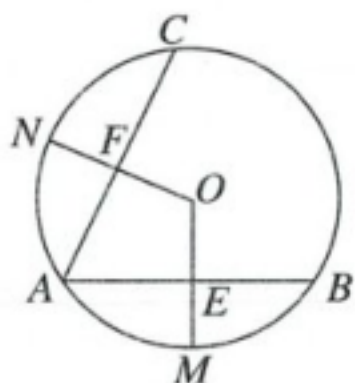
- A.  $50\text{ cm}$                       B.  $35\text{ cm}$                       C.  $25\text{ cm}$                       D.  $20\text{ cm}$

11. 如图， $MN$  所在的直线垂直平分线段  $AB$ ，利用这样的工具，可以找到圆形工件的圆心．如果使用此工具找到圆心，则最少使用的次数为( )



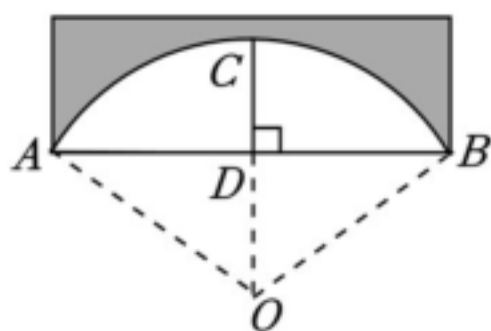
- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

12. 如图， $\odot O$  的弦  $AB, AC$  的夹角为  $50^\circ$ ， $M, N$  分别为 $\overline{AB}$ 和 $\overline{AC}$ 的中点， $OM, ON$  分别交  $AB, AC$  于点  $E, F$ ，则 $\angle MON$  的度数为( )

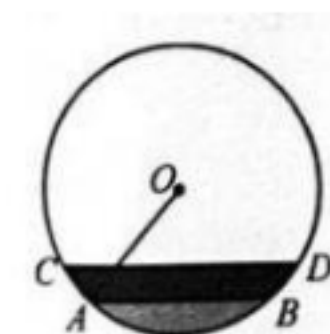


- A.  $110^\circ$                       B.  $120$                       C.  $130^\circ$                       D.  $100^\circ$

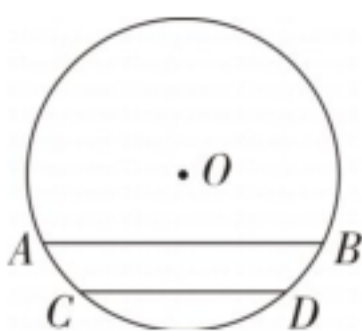
13. 如图，石拱桥的主桥拱是圆弧形．如图，一石拱桥的跨度  $AB=16m$ ，拱高  $CD=4m$ ，那么桥拱所在圆的半径  $OA=$ \_\_\_\_\_  $m$ ．



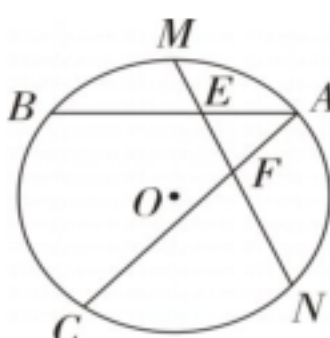
14. 一条排水管横截面如图所示，已知排水管半径  $OA=1m$ ，水面宽  $CD=1.6m$ ，若管内水面下降  $0.2m$ ，则此时水面宽  $AB$  等于\_\_\_\_\_  $m$ ．



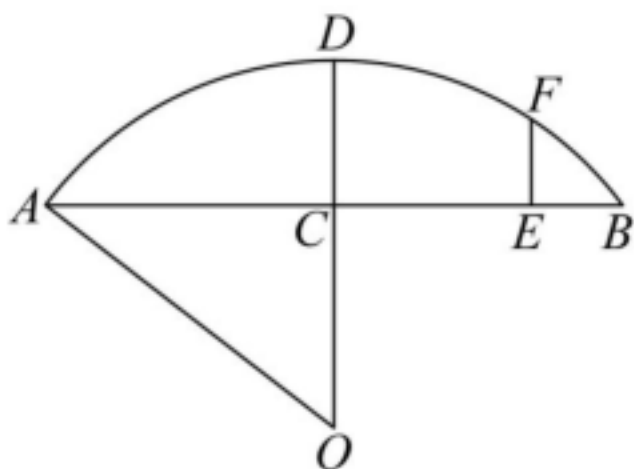
15. 已知：如图，在  $\odot O$  中， $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{BD}$ ．求证：弦  $AB \parallel CD$ ．



16. 如图， $AB$ ， $AC$  是  $\odot O$  的两条弦， $M$ ， $N$  分别为  $\overset{\frown}{AB}$ ， $\overset{\frown}{AC}$  的中点， $MN$  分别交  $AB$ ， $AC$  于点  $E$ ， $F$ ．判断  $\triangle AEF$  的形状并给予证明．



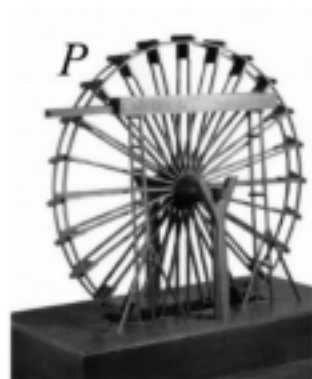
17. 某村为了促进农村经济发展，建设了蔬菜基地，新建了一批蔬菜大棚．如图是蔬菜大棚的截面，形状为圆弧型，圆心为  $O$ ，跨度  $AB$ （弧所对的弦）的长为 8 米，拱高  $CD$ （弧的中点到弦的距离）为 2 米．



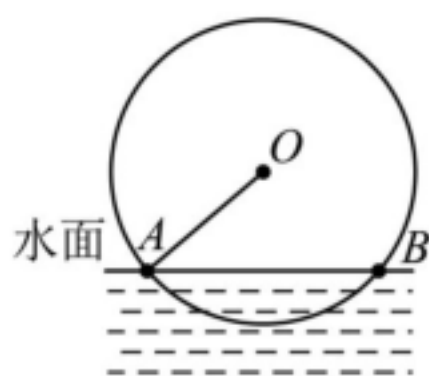
- (1) 求该圆弧所在圆的半径；
- (2) 在修建过程中，在距蔬菜大棚的一端（点 $B$ ）1米处将竖立支撑杆 $EF$ ，求支撑杆 $EF$ 的高度。

### 三、综合拓展

18. “筒车”是一种以水流作动力，取水灌田的工具，点 $P$ 表示筒车的一个盛水桶，如图①. 明朝科学家徐光启在《农政全书》中用图绘出了“筒车”的工作原理，如图②. 当筒车工作时，盛水桶的运行路径是以轴心 $O$ 为圆心的一个圆，且圆心始终在水面上方. 若圆被水面截得的弦 $AB$ 长为 $8m$ ，水面下盛水桶的最大深度（即水面下方圆上的点距离水面的最大距离）为2米.



①



②

- (1) 求该圆的半径.
- (2) 若水面下降导致圆被水面截得的弦 $AB$ 的长度从原来的8米变为6米，则水面下盛水桶的最大深度为多少米？
19. 某地欲搭建一桥，桥的底部两端间的距离 $AB = L$ 称跨度，桥面最高点到 $AB$ 的距离 $CD = h$ 称拱高，当 $L$ 和 $h$ 确定时，有两种设计方案可供选择：①抛物线型；②圆弧型. 已知这座桥的跨度 $L = 20$ 米，拱高 $h = 5$ 米.

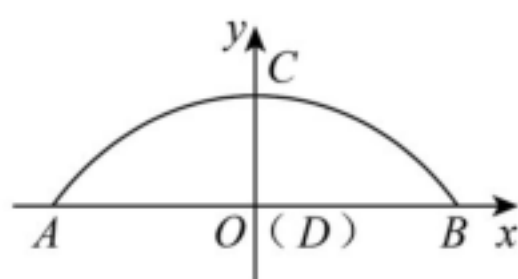


图1

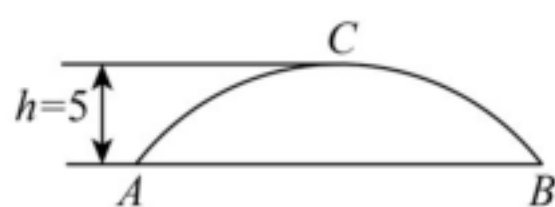
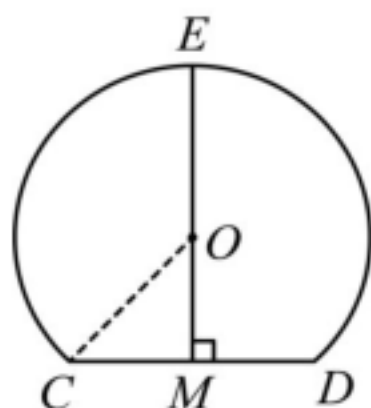


图2

- (1) 如图1，若设计成抛物线型，以 $AB$ 所在直线为 $x$ 轴， $AB$ 的垂直平分线为 $y$ 轴建立坐标系，求此函数表达式；
- (2) 如图2，若设计成圆弧型，求该圆弧所在圆的半径；
- (3) 现有一艘宽为15米的货船，船舱顶部为方形，并高出水面2.2米. 从以上两种方案中，任选一种方案，判断此货船能否顺利通过你所选方案的桥？并说明理由.

## 答案解析部分

1. 【答案】D
2. 【答案】C
3. 【答案】A
4. 【答案】C
5. 【答案】B
6. 【答案】4m
7. 【答案】1
8. 【答案】解：连接 CO，如图：



∵M 是弦 CD 的中点，且 EM 经过圆心 O，

$$\therefore EM \perp CD, \text{ 且 } CM = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \times 4 = 2.$$

在 Rt△OCM 中，令⊙O 的半径为  $r$  m，EM=6m，

$$\therefore OC^2 = OM^2 + CM^2,$$

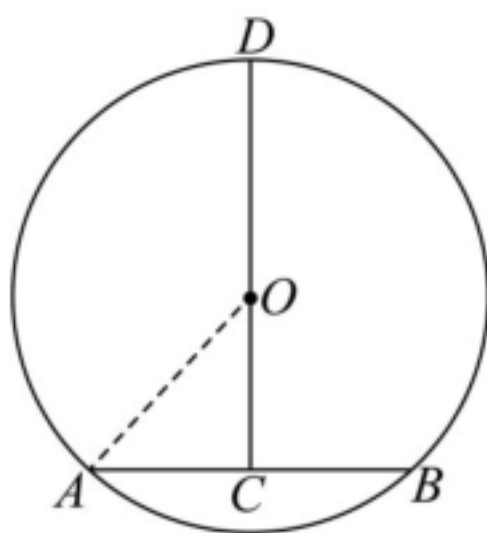
$$\therefore r^2 = (6-r)^2 + 2^2,$$

$$\text{解得： } r = \frac{10}{3}.$$

9. 【答案】解：如图，连接 OA，

设圆心为点 O，洞高为  $DC = 2.5$  m，入口宽为  $AB = 1$  m，门洞的半径为  $x$  m，

根据题意，得  $OC = (2.5-x)$  m， $AC = \frac{1}{2}AB = 0.5$  m，



根据勾股定理，得  $x^2 = (2.5-x)^2 + (0.5)^2$ ，

解得  $x = 1.3$ ，

答：该门洞的半径为  $1.3m$ 。

10. 【答案】C

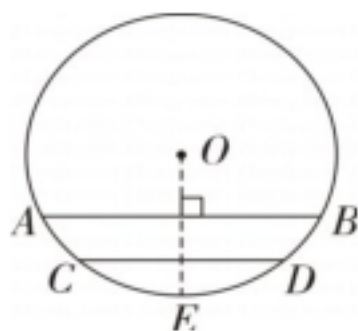
11. 【答案】B

12. 【答案】C

13. 【答案】  $4\sqrt{5}$

14. 【答案】1.2

15. 【答案】证明：过点 O 作  $OE \perp AB$ ，交  $\odot O$  于点 E，



$\therefore AE = EB$

$\therefore AC = BD$ ，

$\therefore CE = ED$ ，

$\therefore OE \perp CD$ ，

$\therefore AB \parallel CD$ 。

16. 【答案】解：  $\triangle AEF$  是等腰三角形。



证明：如图，连结 OM，ON，分别交 AB，AC 于点 P，Q。



$\because M, N$  分别为  $AB, AC$  的中点,

$\therefore OM \perp AB, ON \perp AC,$

$\therefore \angle MPE = \angle NQF = 90^\circ,$

$\therefore \angle PEM = 90^\circ - \angle M, \angle QFN = 90^\circ - \angle N.$

$\because OM = ON, \therefore \angle M = \angle N,$

$\therefore \angle PEM = \angle QFN.$

又  $\because \angle AEF = \angle PEM, \angle AFE = \angle QFN,$

$\therefore \angle AEF = \angle AFE,$

$\therefore AE = AF$ , 即  $\triangle AEF$  是等腰三角形.

17. 【答案】(1) 解:  $\because AB$  垂直平分  $CD$ ,

$\therefore$  圆心  $O$  在  $DC$  的延长线上.

设  $\odot O$  的半径为  $r$  米, 则  $OC = (r-2)$  米.

$\because OD \perp AB,$

$\therefore CA = BC = \frac{1}{2}AB = 4$  (米).

在  $Rt \triangle OAC$  中,

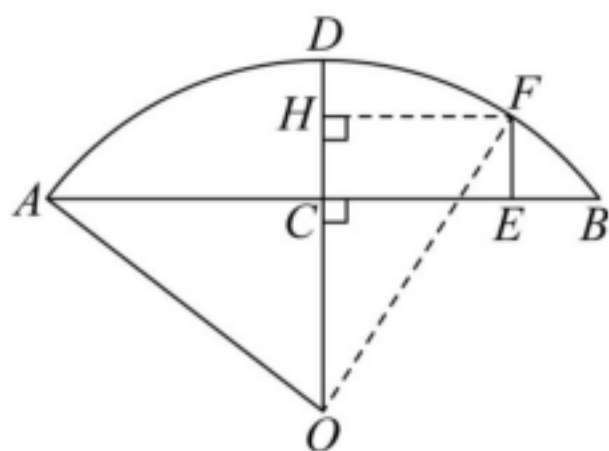
由勾股定理得:  $AC^2 + OC^2 = AO^2,$

即  $4^2 + (r-2)^2 = r^2,$

解得  $r = 5$ .

即该圆弧所在圆的半径为 5 米.

(2) 解: 过  $F$  点作  $FH \perp CD$  于  $H$  点, 连接  $OF$ , 如图所示:



$\because BE = 1,$

$\therefore CE = 4 - 1 = 3.$

$\therefore \angle FHC = \angle HCE = \angle CEF = 90^\circ,$



∴ 四边形  $EFHC$  为矩形,

$$\therefore FH = CE = 3, \quad EF = HC$$

在  $Rt \triangle OFH$  中,  $OH = \sqrt{OF^2 - FH^2} = 4$ .

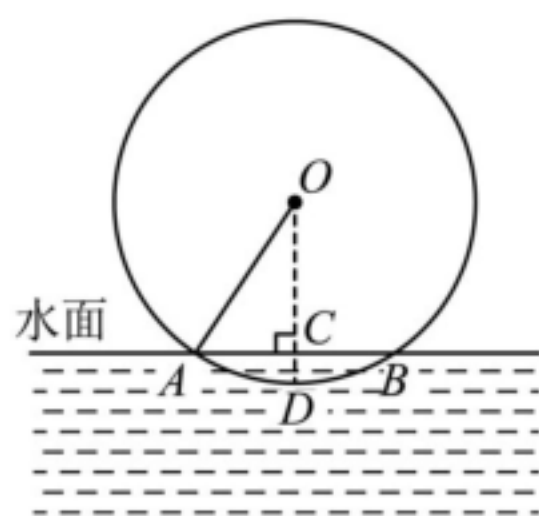
$$\because OC = 3,$$

$$\therefore HC = 1,$$

$$\therefore EF = HC = 1.$$

即支撑杆  $EF$  的高度为 1 米.

18. 【答案】(1) 解: 如图所示,



过  $O$  作  $OD \perp AB$  于点  $C$ , 交  $\odot O$  于点  $D$ , 则  $OC \perp AB$ ,  $CD = 2$

$$\therefore AC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \quad (\text{米})$$

设圆的半径为  $r$  米, 则  $OA = OD = r$  米,  $OC = OD - CD = r - 2$  (米),

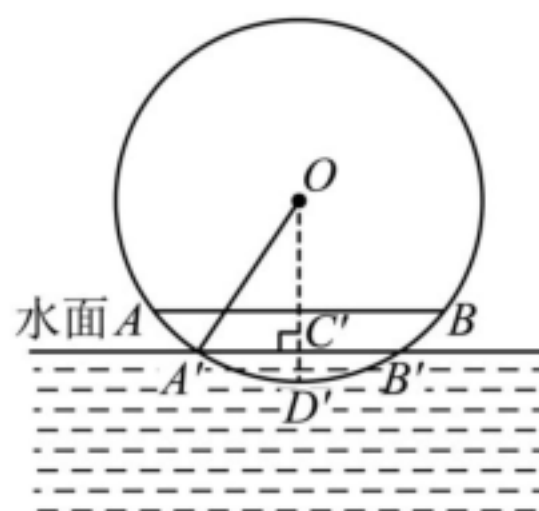
在  $Rt \triangle AOD$  中,  $OC^2 + AC^2 = OA^2$ ,

$$\text{即 } (r-2)^2 + 4^2 = r^2,$$

解得  $r = 5$ ,

∴ 该圆的半径为 5 米;

(2) 解: 如图所示, 设水面下降至  $A'B'$ , 过点  $O$  作  $OD' \perp A'B'$  于点  $C'$ , 交  $\odot O$  于点  $D'$ ,



$$\therefore A'C' = \frac{1}{2}A'B' = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ (米)},$$

$\therefore \odot O$  的半径为 5 米,

$$\therefore OA' = OD' = 5 \text{ 米}$$

$$\therefore \text{在 } Rt \triangle A'OC' \text{ 中, } OC' = \sqrt{OA'^2 - A'C'^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ (米)},$$

$$\therefore CD' = OD' - OC' = 5 - 4 = 1 \text{ (米)},$$

$\therefore$  水面下盛水桶的最大深度为 1 (米).

19. 【答案】(1) 解: 根据题意, 得  $AB = 20$ ,  $CD = 5$ ,

$$\therefore A(-10, 0), B(10, 0), C(0, 5),$$

设抛物线的表达式为  $y = a(x + 10)(x - 10)$ ,

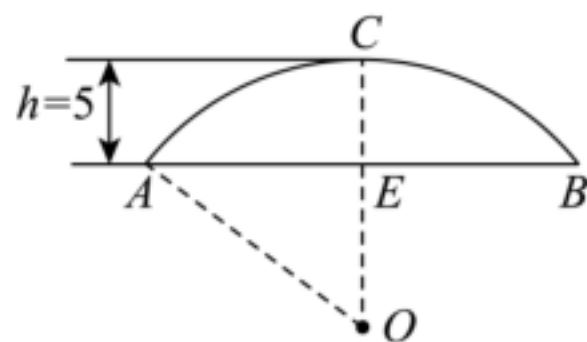
将  $C(0, 5)$  代入表达式, 得  $-100a = 5$ ,

$$\text{解得: } a = -\frac{1}{20},$$

$$\therefore y = -\frac{1}{20}(x + 10)(x - 10) = -\frac{1}{20}x^2 + 5,$$

$$\therefore \text{抛物线的表达式为 } y = -\frac{1}{20}x^2 + 5;$$

(2) 解: 如图, 设圆心为  $O$ , 连接  $OC$  交  $AB$  于  $E$  点, 连接  $AO$ ,



$$\because AB = 20, OC \perp AB,$$

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AB = 10,$$

$$\because h = 5,$$

$$\therefore CE = 5,$$

在  $Rt \triangle AEO$  中, 有  $AO^2 = AE^2 + OE^2$ ,

$$\therefore AO^2 = 10^2 + (OA - 5)^2,$$

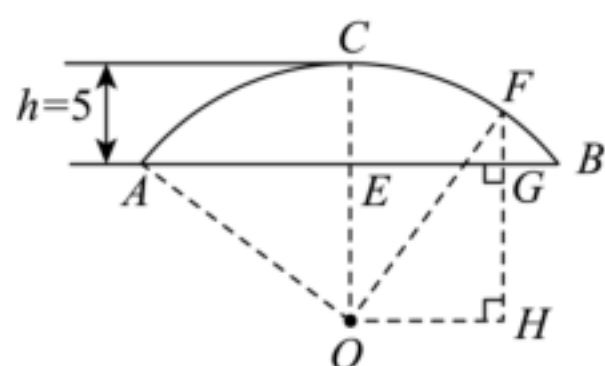
解得:  $AO = 12.5$ ,

$\therefore$  该圆弧所在圆的半径为 12.5 米;

(3) 解: ①若设计成抛物线型时, 当 $x = 7.5$ 时,  $y = -\frac{1}{20}x^2 + 5 = -\frac{1}{20} \times 7.5^2 + 5 = \frac{35}{16}$ ,  
 $\therefore \frac{35}{16} \text{米} < 2.2 \text{米}$ ,

$\therefore$  货船不能顺利通过该桥;

②若设计成圆弧型时, 如图, 设 $EG = 7.5$ , 过点 $G$ 作 $FH \perp AB$ 交弧 $BC$ 于点 $F$ , 过点 $O$ 作 $OH \perp FH$ 交于 $H$ 点, 连接 $OF$ ,



$\therefore OH = EG = 7.5$ ,

在 $Rt \triangle OHF$ 中, 有 $OF^2 = OH^2 + FH^2$ ,

$\therefore 12.5^2 = 7.5^2 + FH^2$ ,

$\therefore FH = 10$ ,

$\therefore GH = OE = 12.5 - 5 = 7.5$ ,

$\therefore FG = 2.5$ ,

$\therefore 2.5 \text{米} > 2.2 \text{米}$ ,

$\therefore$  货船能顺利通过该桥.

# VV99.net

免费文档下载