

浙教版九年级上册数学期末考试试卷

一、选择题（本题有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.每小题只有一个选项是正确的，不选、多选、错选，均不给分）

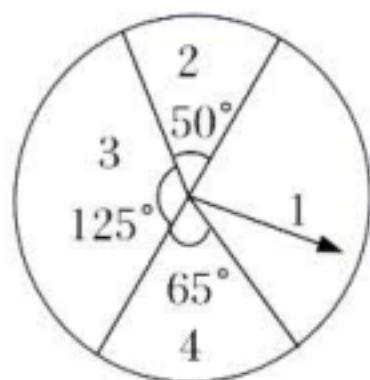
1. (3 分) 下列四个交通标志中，属于中心对称图形的是 ()



2. (3 分) 抛物线 $y = -\frac{1}{2}(x+4)^2 - 5$ 的顶点坐标为 ()

- A. (-4, -5) B. (-4, 5) C. (4, -5) D. (4, 5)

3. (3 分) 如图是一个游戏转盘，自由转动转盘，当转盘停止转动后，指针落在数字 1, 2, 3, 4 所示区域内可能性最大的是 ()

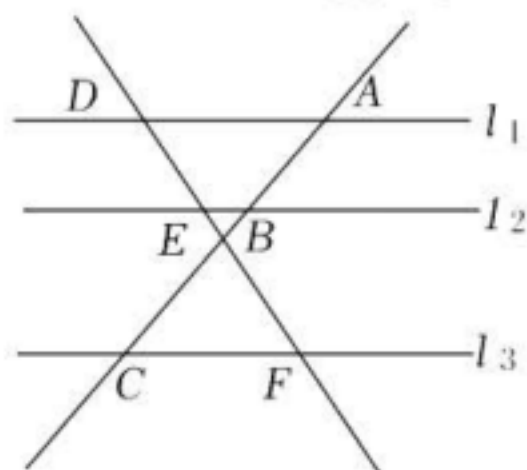


- A. 1 号 B. 2 号 C. 3 号 D. 4 号

4. (3 分) 若 $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ ($xy \neq 0$), 则下列等式成立的是 ()

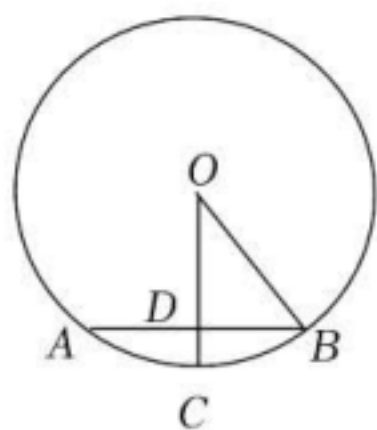
- A. $3x = 4y$ B. $\frac{x+y}{y} = \frac{7}{4}$ C. $\frac{x}{y+1} = \frac{3}{5}$ D. $\frac{x+1}{y+1} = \frac{3}{4}$

5. (3 分) 如图, l_1, l_2, l_3 是一组平行线, 直线 AC, DF 分别与这组平行线依次相交于点 A, B, C 和点 D, E, F . 若 $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$, 则 $\frac{EF}{DF}$ 的值为 ()



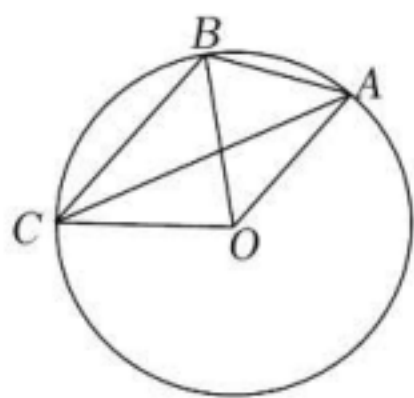
- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{2}{3}$

6. (3 分) 如图, 在 $\odot O$ 中, 半径 $OC \perp AB$ 于点 D . 已知 $OC = 5$, $OD = 4$, 则弦 AB 的长为 ()



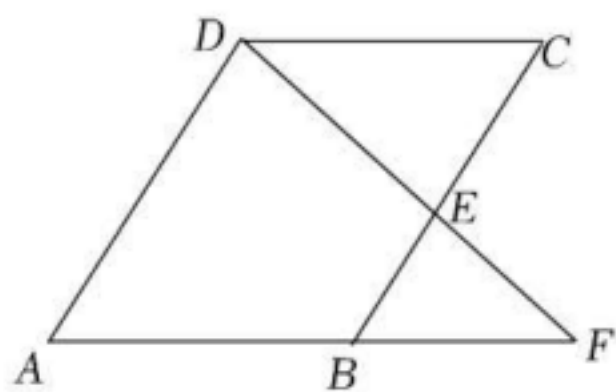
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

7. (3分) 如图, A, B, C 是 $\odot O$ 上的点, 满足 CA 平分 $\angle OCB$. 若 $\angle OAC = 25^\circ$, 则 $\angle AOB$ 的度数为 ()



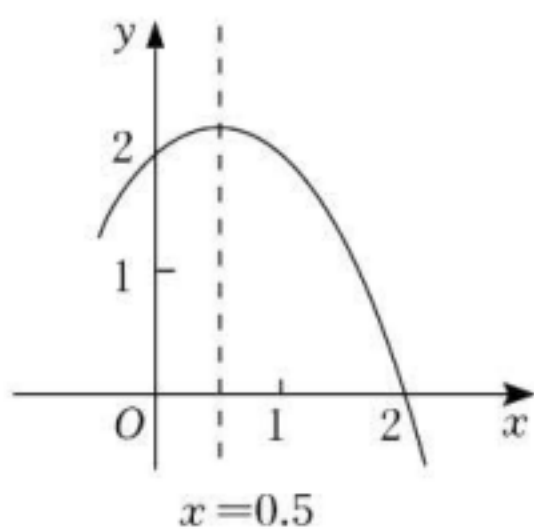
- A. 40° B. 50° C. 55° D. 60°

8. (3分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E 在 BC 边上, 连结 DE 并延长交 AB 的延长线于点 F . 若 $\frac{CE}{BE} = \frac{4}{3}$, 则 $\triangle BEF$ 与 $\triangle ADF$ 的周长之比为 ()



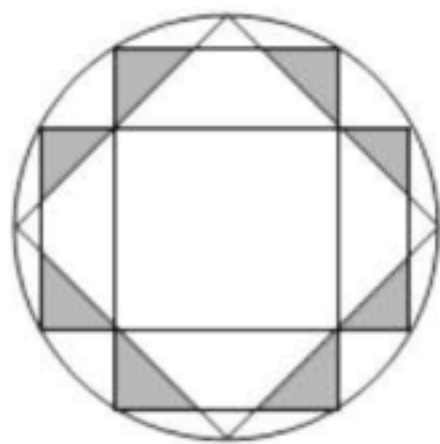
- A. 1:3 B. 3:7 C. 4:7 D. 3:4

9. (3分) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的部分图象如图所示, 当 $x > 0$ 时, 函数值 y 的取值范围是 ()



- A. $y \leq \frac{9}{4}$ B. $y \leq 2$ C. $y < 2$ D. $y \leq 3$

10. (3分) 我国古代数学家刘徽利用圆内接正多边形创立了“割圆术”, 现将半径为 2 的圆十二等分构造出 2 个矩形和 1 个正方形 (如图), 则阴影部分的面积是 ()



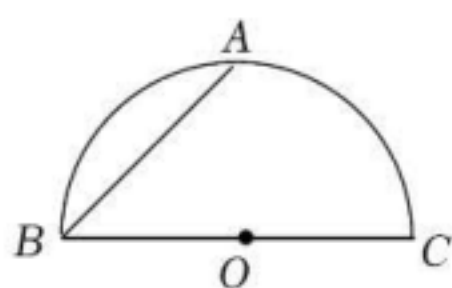
- A. 1 B. $8-4\sqrt{3}$ C. $16-8\sqrt{3}$ D. $20-10\sqrt{3}$

二、填空题（本题有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

11. (3 分) 抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 与 y 轴的交点坐标是_____.

12. (3 分) 若线段 $a=4$, $b=1$, 则 a , b 的比例中项线段为_____.

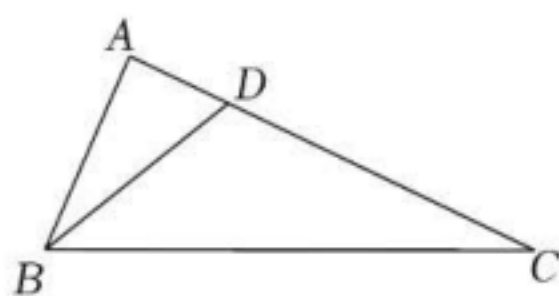
13. (3 分) 如图, 点 A 在半圆 O 上, BC 是直径, $\widehat{AB} = \widehat{AC}$. 若 $AB=2$, 则 BC 的长为_____.



14. (3 分) 若圆的半径为 $3cm$, 圆周角为 25° , 则这个圆周角所对的弧长为_____ cm .

15. (3 分) 明明家过年时包了 50 个饺子, 其中有 5 个饺子包有幸运果. 明明一家人连续吃了 10 个饺子都没有吃到幸运果, 那么明明在剩余的饺子中任意挑选一个饺子, 正好是包有幸运果饺子的概率是_____.

16. (3 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在 AC 上, $\angle ABD = \angle C$. 若 $AB=2AD=4$, 则 CD 的长是_____.



17. (3 分) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的部分对应值列表如下:

x	...	-3	0	1	3	5	...
y	...	7	-8	-9	-5	7	...

则一元二次方程 $a(2x+1)^2 + b(2x+1) + c = -5$ 的解为_____.

18. (3 分) 某户外遮阳棚如图 1, 其截面结构示意图如图 2 所示. 支撑柱 $AB \perp$ 地面, $AB = 120\sqrt{5}cm$, P 是支撑柱 AB 上一动点, 伞杆 CP 可绕着中点 E 旋转, $CD = CP = 40\sqrt{15}cm$, 斜拉杆 AE 可绕点 A 旋转, $AE = \frac{1}{2}CP$. 若 $\angle APE = 30^\circ$, 则 $BP =$ _____ cm ; 伞展开长 $PD = 300cm$, 若 A, C, D 在同一条直线上, 某时太阳光线恰好与地面垂直, 则 PD 落到地面的阴影长为_____ cm .



图 1

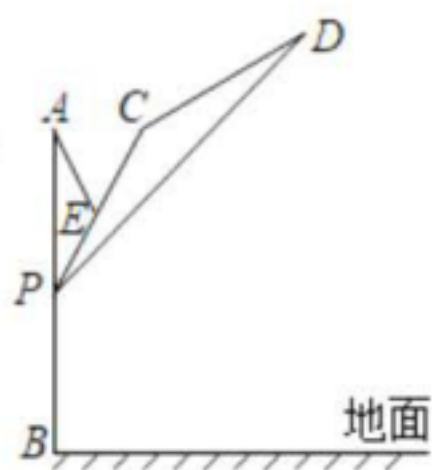


图 2

三、解答题（本题有 6 小题，共 46 分）

19. (6 分) 小聪参加一个幸运挑战活动，规则是：在一个箱子里有 3 个白球和 1 个红球，它们除颜色外其余都相同，现从箱子里摸出 1 个球，不放回，记下颜色，再摸出 1 个球，若两次摸出球的颜色相同，则挑战成功.

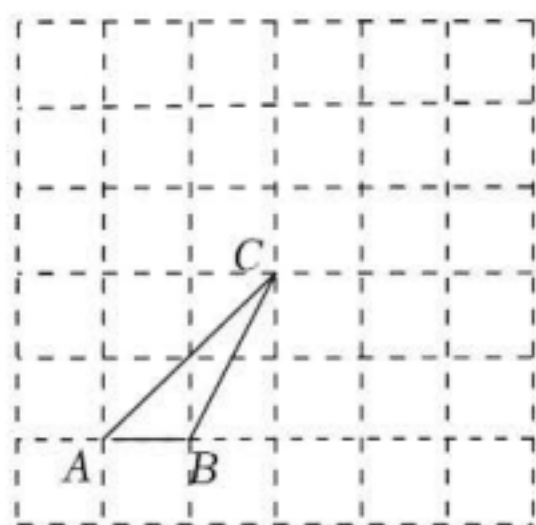
(1) 请用列表法或树状图法，表示出所有可能的结果.

(2) 求小聪挑战成功的概率.

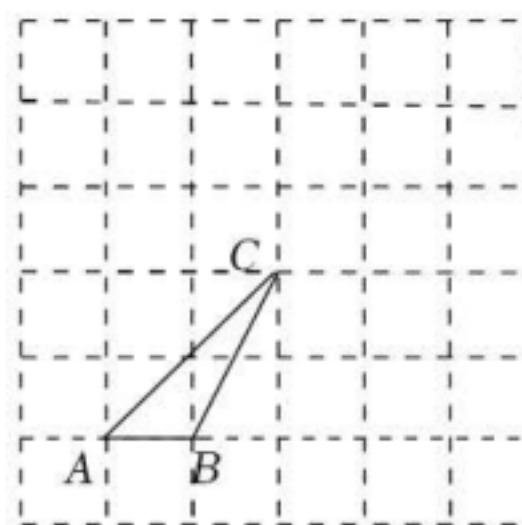
20. (6 分) 如图，在 6×6 的正方形网格中，点 A, B, C 均在格点上，请按要求作图.

(1) 在图 1 中画一个格点 $\triangle ADE$ ，使 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.

(2) 在图 2 中画一条格点线段 BP ，交 AC 于点 Q ，使 $CQ = 2AQ$.



(图1)

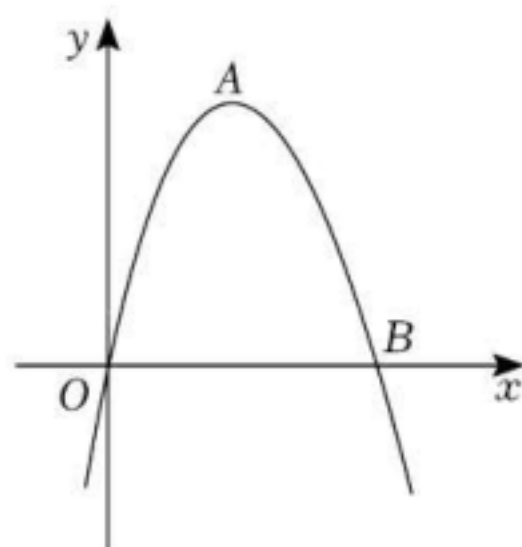


(图2)

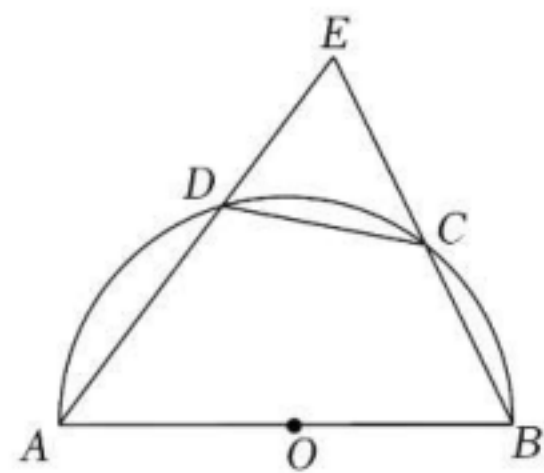
21. (6 分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx$ ($a \neq 0$) 的图象经过点 $A(2, 4)$, $B(4, 0)$.

(1) 求这个二次函数的表达式.

(2) 将 x 轴上的点 P 先向上平移 $3n$ ($n > 0$) 个单位得点 P_1 ，再向左平移 $2n$ 个单位得点 P_2 ，若点 P_1, P_2 均在该二次函数图象上，求 n 的值.



22. (8 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于半圆 O , AB 是直径, C 是 \widehat{BD} 的中点, 延长 AD , BC 交于点 E .
- (1) 求证: $CE=CD$.
- (2) 若 $AB=5$, $BC=\sqrt{5}$, 求 AD 的长.



23. (8 分) 某校需要订购中考专用的某某款跳绳 a 条和排球 $2a$ 个, 经调查发现, 该款跳绳、排球各商家均标价为 50 元/条, 40 元/个, 现有 3 家商店在做促销活动如下表:

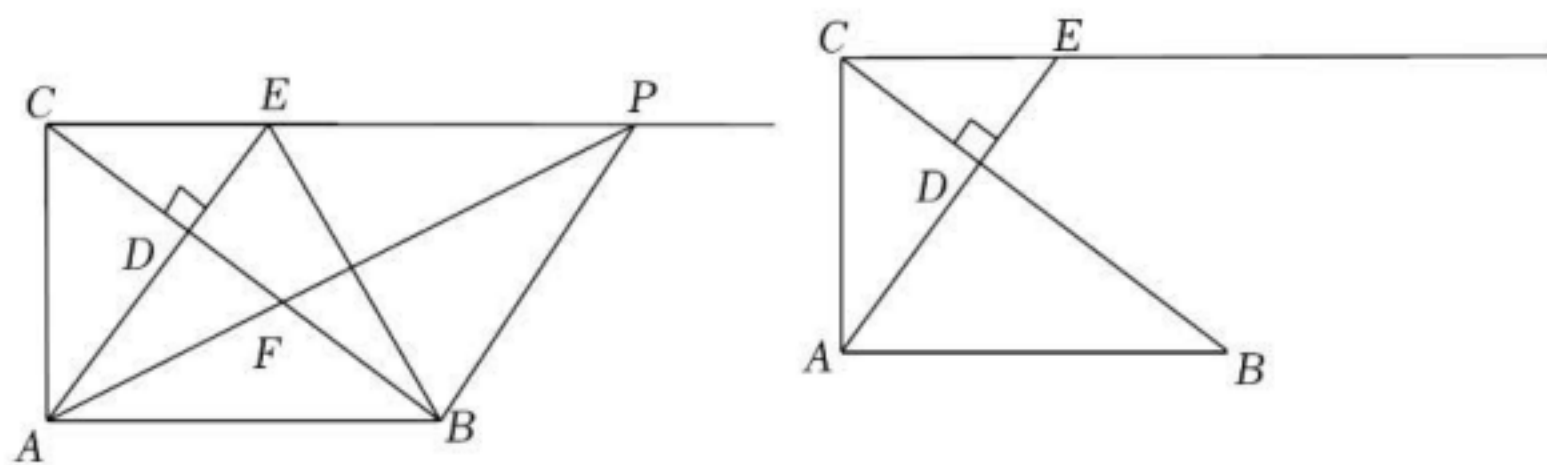
商店	促销活动
甲	库存充裕, 全场 9 折.
乙	库存充裕, 按套数 (含 1 条跳绳和 1 个排球) 优惠: 30 套及以下, 每套 85 元; 超过 30 套, 每增加 1 套, 所有套数套优惠 0.5 元, 但降幅不超过 15 元.
丙	仅库存排球 55 个, 排球每满 5 个送 1 个

(1) 若仅在一家商店购买, 请用含 a 的代数式分别表示甲、乙两店 的费用, 填写下表.

a	$0 < a \leq 30$	$30 < a \leq 60$	$a > 60$
商店			
甲		_____	
乙	_____	_____	_____

(2) 当 $a=60$ 时, 请你通过计算设计一种购买方案, 使得总费用不超过 6220 元.

24. (12 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle CAB=90^\circ$, $AC=3$, $AB=4$, $AD\perp BC$ 于点 D , 射线 CE 平行 AB 交 AD 的延长线于点 E , P 是射线 CE 上一点 (在点 E 的右侧), 连结 AP 交 BC 于点 F .
- (1) 求证: $\triangle ACE\sim\triangle BAC$.
- (2) 若 $\frac{CE}{EP}=\frac{3}{5}$, 求 $\frac{PF}{AF}$ 的值.
- (3) 以 PF 为直径的圆经过 $\triangle BDE$ 中的某一个顶点时, 求所有满足条件的 EP 的长.



(备用图)

参考答案与试题解析

一、选择题（本题有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.每小题只有一个选项是正确的，不选、多选、错选，均不给分）

1. 【解答】解：A. 不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

B. 不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

C. 不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

D. 是中心对称图形，故本选项符合题意.

故选：D.

2. 【解答】解：∵ $y = -\frac{1}{2}(x+4)^2 - 5$ 是抛物线解析式的顶点式，

∴ 根据顶点式的坐标特点可知，顶点坐标为 $(-4, -5)$.

故选：A.

3. 【解答】解：由图形知，1 对应扇形圆心角度数为 $360^\circ - (50^\circ + 125^\circ + 65^\circ) = 120^\circ$ ，

所以数字 3 对应扇形圆心角度数最大，

所以指针落在数字 1，2，3，4 所示区域内可能性最大的是 3 号，

故选：C.

4. 【解答】解：A. 因为 $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ ，所以 $3y = 4x$ ，故 A 不符合题意；

B. 因为 $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ ，所以 $\frac{x+y}{y} = \frac{7}{4}$ ，故 B 符合题意；

C. 因为 $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ ，所以 $\frac{x}{y+1} \neq \frac{3}{5}$ ，故 C 不符合题意；

D. 因为 $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ ，所以 $\frac{x+1}{y+1} \neq \frac{3}{4}$ ，故 D 不符合题意；

故选：B.

5. 【解答】解：∵ $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ，

$$\therefore \frac{DE}{EF} = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{EF}{DF} = \frac{3}{3+2} = \frac{3}{5}.$$

故选：C.

6. 【解答】解：∵ $OC \perp AB$ ，

$$\therefore \angle ODB = 90^\circ, AB = 2BD,$$

在 $Rt\triangle OAD$ 中， $OB = OC = 5$ ， $OD = 4$ ，

$$\therefore BD = \sqrt{OB^2 - OD^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

$$\therefore AB=2BD=6.$$

故选：D.

7. 【解答】解： $\because OA=OC$ ， $\angle OAC=25^\circ$ ，

$$\therefore \angle OCA=\angle OAC=25^\circ，$$

$\because CA$ 平分 $\angle OCB$ ，

$$\therefore \angle BCA=\angle OCA=25^\circ，$$

$$\therefore \angle AOB=2\angle BCA=2\times 25^\circ=50^\circ，$$

故选：B.

8. 【解答】解： \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore CD\parallel AB，BC\parallel AD，$$

$$\therefore \triangle CDE\sim\triangle BFE，$$

$$\therefore \frac{CE}{BE}=\frac{DE}{EF}=\frac{4}{3}，$$

$$\therefore \frac{EF}{FD}=\frac{3}{7}，$$

$$\because BC\parallel AD，$$

$$\therefore \triangle BEF\sim\triangle ADF，$$

$$\therefore \triangle BEF \text{ 与 } \triangle ADF \text{ 的周长之比为 } \frac{EF}{FD}=\frac{3}{7}，$$

故选：B.

9. 【解答】解： \because 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象过 $(2, 0)$ ， $(0, 2)$ ，对称轴为直线 $x=0.5$ ，

$$\therefore \begin{cases} 4a+2b+c=0 \\ c=2 \\ -\frac{b}{2a}=\frac{1}{2} \end{cases}，$$

$$\therefore \begin{cases} a=-1 \\ b=1 \\ c=2 \end{cases}，$$

$$\therefore \text{二次函数为 } y=-x^2+x+2，$$

$$\because y=-x^2+x+2=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{4}，$$

$$\therefore \text{顶点为 } \left(\frac{1}{2}, \frac{9}{4}\right)$$

$$\text{由函数图象可得，当 } x>0 \text{ 时， } y\leq\frac{9}{4}，$$

故选：A.

10. 【解答】解：如图，连接 OA 、 OB 、 OC 、 OD ，过点 O 作 $OM\perp AD$ ，垂足为 M ，

由圆的对称性可知，点 A 、点 D 是 $\odot O$ 的三等分点，四边形 $BCFE$ 是正方形，

$$\therefore \angle AOD = \frac{1}{3} \times 360^\circ = 120^\circ, \quad \angle BOC = \frac{1}{4} \times 360^\circ = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle AOM$ 中, $OA=2$, $\angle AOM=60^\circ$,

$$\therefore OM = \frac{1}{2}OA = 1, \quad AM = \frac{\sqrt{3}}{2}OA = \sqrt{3},$$

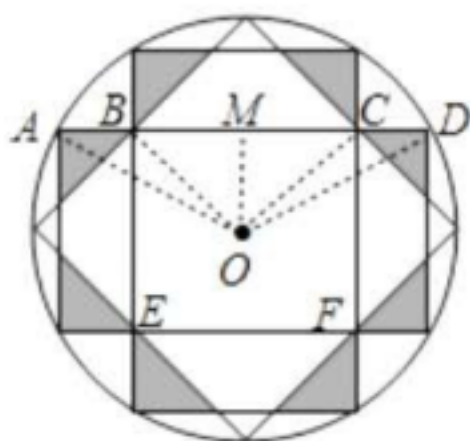
在 $\text{Rt}\triangle BOM$ 中, $\angle BOM=45^\circ$, $OM=1$,

$$\therefore BM = OM = 1,$$

$$\therefore AB = AM - BM = \sqrt{3} - 1,$$

$$\therefore 8 \text{ 个阴影三角形的面积和为: } \frac{1}{2} \times (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} - 1) \times 8 = 16 - 8\sqrt{3},$$

故选: C.



二、填空题 (本题有 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. 【解答】解: 把 $x=0$ 代入 $y=-x^2+2x+3$ 得 $y=3$,

所以抛物线与 y 轴的交点坐标为 $(0, 3)$.

故答案为 $(0, 3)$.

12. 【解答】解: 设线段 a , b 的比例中项为 c ,

$\because c$ 是长度分别为 4、1 的两条线段的比例中项,

$$\therefore c^2 = ab = 4 \times 1,$$

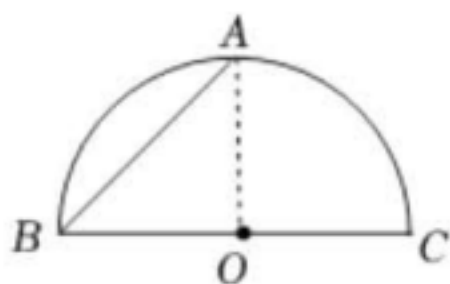
$$\therefore c^2 = 4,$$

$$\therefore c = \pm 2 \text{ (负数舍去)},$$

$\therefore a$ 、 b 的比例中项线段为 2.

故答案为: 2.

13. 【解答】解: 连接 OA ,



$\because \widehat{AB} = \widehat{AC}$, BC 是直径,

$$\therefore OA \perp BC,$$

$$\because OA=OB, AB=2,$$

$$\therefore OA=OB=\frac{\sqrt{2}}{2}AB=\frac{\sqrt{2}}{2}\times 2=\sqrt{2},$$

$$\therefore BC=2OA=2\sqrt{2}.$$

故答案为: $2\sqrt{2}$.

14. 【解答】解: 根据圆周角定理, 得弧所对的圆心角是 50° ,

$$\text{根据弧长的公式 } l=\frac{50\cdot\pi\times 3}{180}=\frac{5}{6}\pi\text{ cm},$$

$$\text{故答案为: } \frac{5}{6}\pi.$$

15. 【解答】解: 任意挑选一个饺子共有 50 种等可能结果, 其中正好是包有幸运果饺子的有 5 种结果,

$$\text{所以正好是包有幸运果饺子的概率是 } \frac{5}{40}=\frac{1}{8},$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{8}.$$

16. 【解答】解: $\because \angle ABD=\angle C, \angle A=\angle A,$

$$\therefore \triangle ABD\sim\triangle ACB,$$

$$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{AB}{AC},$$

$$\because AB=2AD=4,$$

$$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{AB}{AC}=\frac{1}{2},$$

$$\therefore AC=2AB=8,$$

$$\therefore CD=AC-AD=8-2=6,$$

故答案为: 6.

17. 【解答】解: 由抛物线的对称性质知, 对称轴是直线 $x=\frac{5-3}{2}=1$.

根据题意知, 一元二次方程 $ax^2+bx+c=-5$ 的解为 $x=3$ 或 $x=-1$.

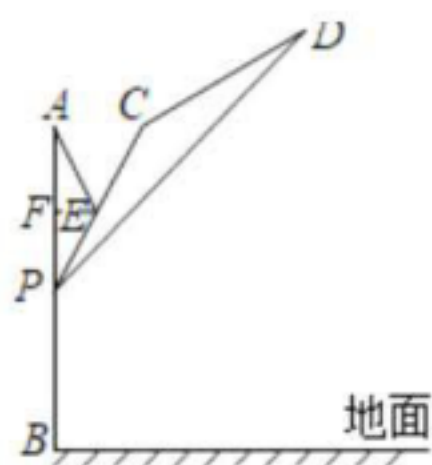
所以 $2x+1=3$ 或 $2x+1=-1$.

解得 $x=1$ 或 $x=-1$.

所以一元二次方程 $a(2x+1)^2+b(2x+1)+c=-5$ 的解为: $x=\pm 1$.

故答案是: $x=\pm 1$.

18. 【解答】解 (1) 如图, 过点 E 作 $EF\perp AP$, 垂足为 F ,



$\because E$ 是 PC 的中点,

$$\therefore PE = EC = \frac{1}{2}PC = 20\sqrt{15} \text{ cm},$$

$$\text{又} \because AE = \frac{1}{2}PC,$$

$$\therefore AE = PE = CE = 20\sqrt{15} \text{ cm},$$

在 $\text{Rt}\triangle PEF$ 中, $\angle APE = 30^\circ$, $PE = 20\sqrt{15} \text{ cm}$,

$$\therefore PF = PE \cdot \cos \angle APE$$

$$= 20\sqrt{15} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 30\sqrt{5} \text{ (cm)},$$

$$\because AE = PE, EF \perp AB,$$

$$\therefore AP = 2PF = 60\sqrt{5} \text{ cm},$$

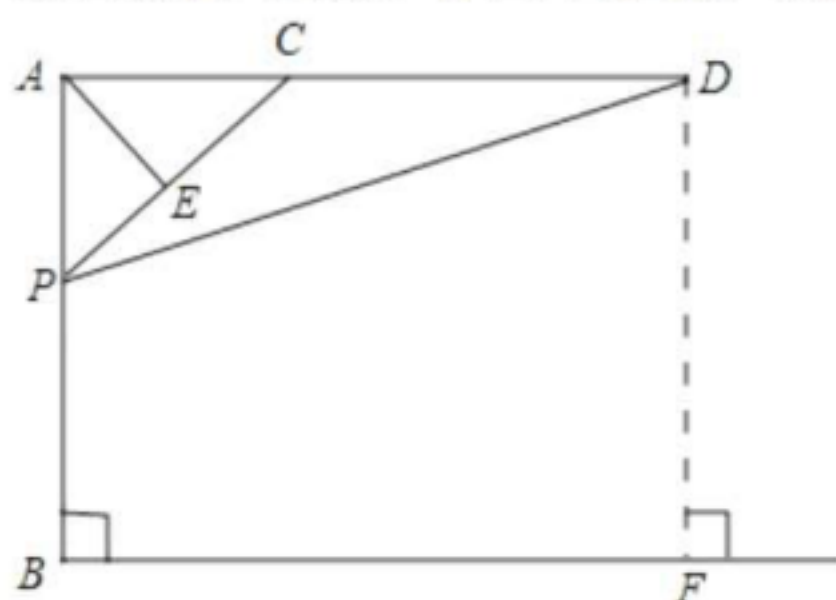
$$\therefore BP = AB - AP$$

$$= 120\sqrt{5} - 60\sqrt{5}$$

$$= 60\sqrt{5} \text{ (cm)}.$$

(2) 由题意可知, 当 A 、 C 、 D 三点共线时, 此时 $AC \perp AP$,

如图所示: 过点 D 作 $DF \perp$ 地面, 交地面水平线为 F ,



$$\because \angle DAP = \angle B = \angle DFB = 90^\circ,$$

\therefore 四边形 $ABFD$ 为矩形,

$$\therefore AD = BF,$$

设 $AC = x$,

在 $\text{Rt}\triangle ACP$ 和 $\text{Rt}\triangle PDA$ 中,

$$\therefore CP^2 - AC^2 = DP^2 - DA^2,$$

$$\therefore (40\sqrt{15})^2 - x^2 = 300^2 - (40\sqrt{15} + x)^2,$$

$$\text{解得 } x = 35\sqrt{15},$$

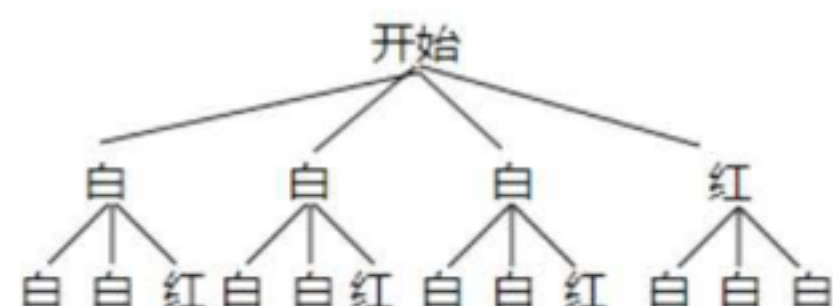
$$\therefore BF = AD = AC + CD = 75\sqrt{15} \text{ (cm)},$$

\therefore 当太阳光线恰好与地面垂直, 则 PD 落在地面上的阴影为 $75\sqrt{15} \text{ cm}$.

故答案为: $60\sqrt{5}$; $75\sqrt{15}$.

三、解答题 (本题有 6 小题, 共 46 分)

19. 【解答】解: (1) 画树状图如下:

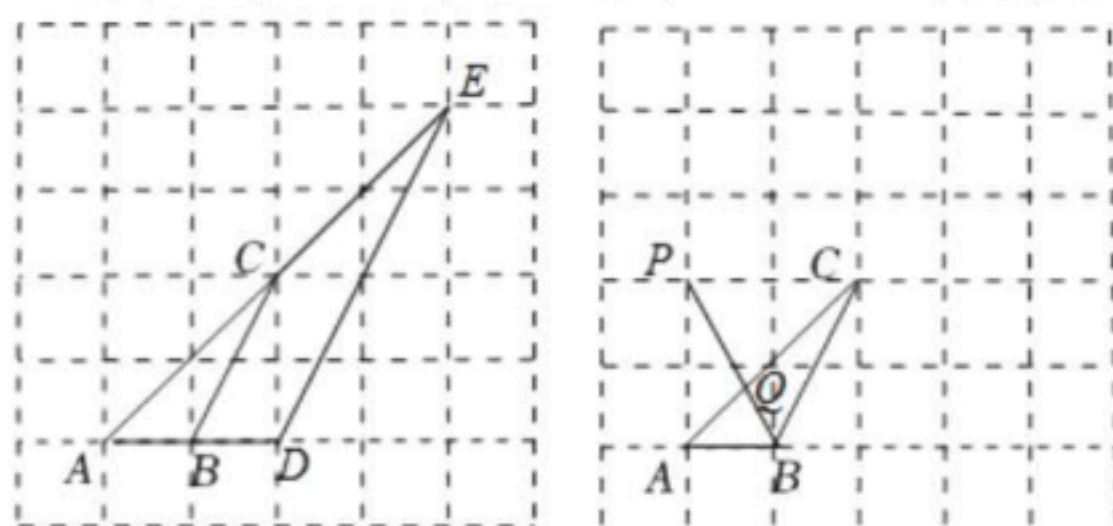


共有 12 种等可能的结果;

(2) 由 (1) 可知, 共有 12 种等可能的结果, 其中小聪挑战成功的结果有 6 种,

$$\therefore \text{小聪挑战成功的概率为 } \frac{6}{12} = \frac{1}{2}.$$

20. 【解答】解: (1) 如图 1 所示, $\triangle ADE$ 即为所求;



(图1)

(图2)

(2) 如图 2 所示, 线段 BP 即为所求.

21. 【解答】解: (1) 把 $A(2, 4)$ 和 $B(4, 0)$ 分别代入 $y = ax^2 + bx$ 得 $\begin{cases} 4a + 2b = 4 \\ 16a + 4b = 0 \end{cases}$,

$$\text{解得 } \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases},$$

\therefore 二次函数的表达式为 $y = -x^2 + 4x$;

(2) 设 $P(x, 0)$,

\therefore 点 P 先向上平移 $3n$ ($n > 0$) 个单位得点 P_1 , 再向左平移 $2n$ 个单位得点 P_2 ,

$$\therefore P_1(x, 3n), P_2(x - 2n, 3n),$$

$$\therefore \frac{x + x - 2n}{2} = -\frac{4}{2 \times (-1)},$$

$$\therefore x = n + 2,$$

$$\therefore P_1(n+2, 3n),$$

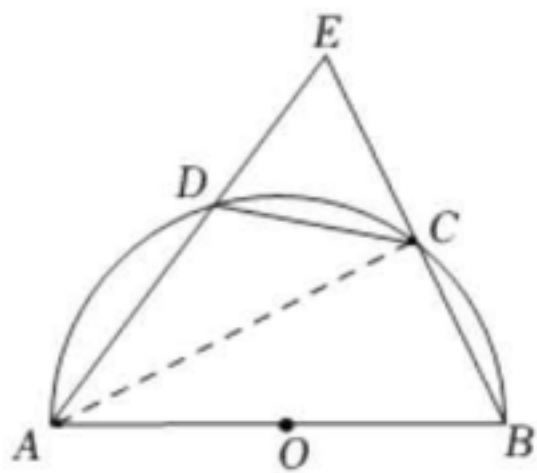
\because 点 P_1 在该二次函数图象上,

$$\therefore 3n = -(n+2)^2 + 4(n+2),$$

解得 $n_1 = 1, n_2 = -4$ (舍去),

$\therefore n$ 的值为 1.

22. 【解答】(1) 证明: 连接 AC ,



$\because C$ 是 \widehat{BD} 的中点,

$$\therefore \widehat{CD} = \widehat{CB},$$

$$\therefore \angle EAC = \angle BAC, CD = CB,$$

$\because AB$ 是直径,

$$\therefore \angle ACE = \angle ACB = 90^\circ,$$

在 $\triangle ACE$ 与 $\triangle ACB$ 中,

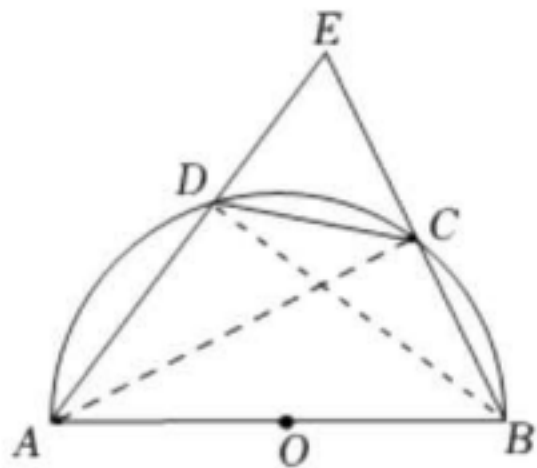
$$\begin{cases} \angle EAC = \angle BAC \\ AC = AC \\ \angle ACE = \angle ACB \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ACE \cong \triangle ACB \text{ (ASA)},$$

$$\therefore BC = EC,$$

$$\therefore CD = CE;$$

(2) 解: 连接 BD ,



由 (1) 知, $CE = BC = \sqrt{5}$,

$$\therefore BE = BC + CE = 2\sqrt{5},$$

\because 四边形 $ABCD$ 内接于半圆 O ,

$\therefore \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$,
 $\therefore \angle ADC + \angle CDE = 180^\circ$,
 $\therefore \angle ABC = \angle CDE$,
 $\therefore CE = CD$,
 $\therefore \angle E = \angle CDE = \angle ABC$,
 $\therefore AB$ 为直径 ,
 $\therefore \angle ADB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BDE = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ACB = \angle BDE = 90^\circ$, $\angle ABC = \angle E$,
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle BED$,
 $\therefore \frac{AB}{BE} = \frac{BC}{ED}$,
 $\therefore \frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{ED}$,
 $\therefore ED = 2$,
 $\therefore \triangle ACE \cong \triangle ACB$,
 $\therefore AE = AB = 5$,
 $\therefore AD = AE - ED = 5 - 2 = 3$.

23. 【解答】解：（1）甲： $0.9 \times (50a + 40 \times 2a) = 117a$ （元），

乙：当 $0 < a \leq 30$ 时，共组成 a 套，剩余 a 个排球，

\therefore 所需费用为 $85a + 40a = 125a$ （元），

当 $30 < a \leq 60$ 时，共组成 a （ $a > 30$ ）套，剩余 a 个排球，

\therefore 所需费用为 $a \times [85 - 0.5(a - 30)] + 40a = (-0.5a^2 + 140a)$ 元，

当 $60 < a$ 时，共组成 a 套，剩余 a 个排球，

\therefore 所需费用为 $(85 - 15)a + 40a = 110a$ 元，

故答案为： $117a$ ， $125a$ ， $-0.5a^2 + 140a$ ， $110a$.

（2）①只在甲店买所需费用为： $(60 \times 50 + 120 \times 40) \times 0.9 = 7020$ （元），

②只在乙店买所需费用为： $-0.5 \times 60^2 + 140 \times 60 = 6600$ （元），

③在乙店购买 60 套，丙店购买 45 个排球，送 9 个排球，在甲店购买 6 个排球，所需费用为：

$(85 - 30 \times 0.5) \times 60 + 45 \times 40 + 40 \times 0.9 \times 6 = 6216$ （元），

\therefore 购买方案为：在乙店购买 60 套，丙店购买 45 个排球，送 9 个排球，在甲店购买 6 个排球.

24. 【解答】（1）证明： $\therefore CE \parallel AB$ ，

$\therefore \angle CAB + \angle ACE = 180^\circ$ ，

$$\because \angle CAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB + \angle ECD = 90^\circ,$$

$$\because AD \perp BC,$$

$$\therefore \angle CDE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEC + \angle ECD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CEA = \angle ACB,$$

$$\therefore \triangle ACE \sim \triangle BAC;$$

(2) 解: 由 (1) 得 $\triangle ACE \sim \triangle BAC$,

$$\therefore \frac{AC}{BA} = \frac{CE}{AC},$$

$$\therefore \frac{3}{4} = \frac{CE}{3},$$

$$\therefore CE = \frac{9}{4},$$

$$\therefore \frac{CE}{EP} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore EP = \frac{15}{4},$$

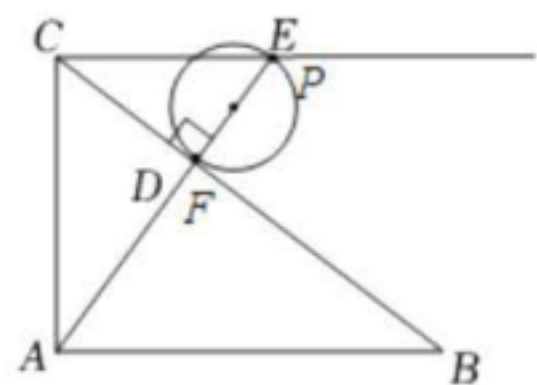
$$\therefore CP = CE + EP = 6,$$

$$\because CP \parallel AB,$$

$$\therefore \triangle CFP \sim \triangle BFA,$$

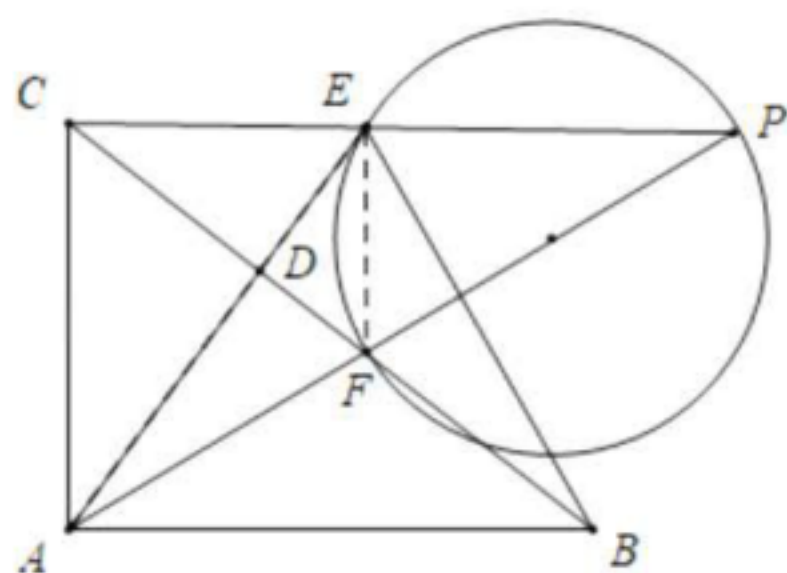
$$\therefore \frac{PF}{AF} = \frac{CP}{BA} = \frac{3}{2};$$

(3) 解: 当以 PF 为直径的圆经过 $\triangle BDE$ 中的一个顶点 D 时,



AP 与 AE 重合, 点 P 与点 E 重合, 不符合题意,

当以 PF 为直径的圆经过 $\triangle BDE$ 中的一个顶点 E 时,



连接 EF ，则 $\angle PEF = 90^\circ$ ，

$$\because \angle PCA = 90^\circ,$$

$$\therefore EF \parallel AC,$$

$$\therefore \triangle PEF \sim \triangle PCA,$$

$$\therefore \frac{PE}{PC} = \frac{EF}{CA},$$

$$\because \angle FCE = \angle CBA,$$

$$\therefore \tan \angle FCE = \tan \angle CBA,$$

$$\because \tan \angle FCE = \frac{EF}{CE} = \frac{EF}{\frac{9}{4}} = \frac{4EF}{9}, \quad \tan \angle CBA = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \frac{4EF}{9} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore EF = \frac{27}{16},$$

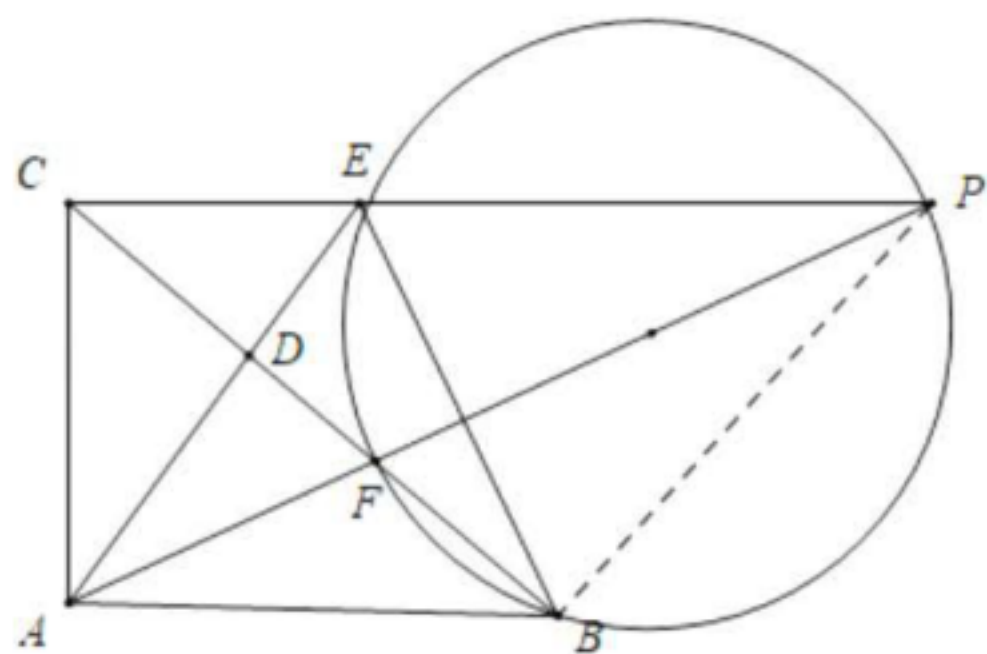
$$\text{由 (1) 知, } CE = \frac{9}{4},$$

$$\because PC = PE + CE = PE + \frac{9}{4}, \quad \frac{PE}{PC} = \frac{EF}{CA},$$

$$\therefore \frac{PE}{PE + \frac{9}{4}} = \frac{\frac{27}{16}}{3} = \frac{9}{16},$$

$$\therefore PE = \frac{81}{28};$$

以 PF 为直径的圆经过 $\triangle BDE$ 中的一个顶点 B 时，



连接 BP ,

则 $\angle FBP = 90^\circ$, $BP \perp BC$,

$\because AE \perp BC$,

$\therefore BP \parallel AE$,

$\because EP \parallel AB$,

\therefore 四边形 $EABP$ 是平行四边形,

$\therefore EP = AB = 4$,

综上所述, 满足条件的 EP 的长为 4 或 $\frac{81}{28}$.

VV99.net

免费文档下载