

第七章 二元一次方程组

二元一次方程的有关概念

二元一次方程：含有两个未知数，并且含有未知数的项的次数都是1的整式方程叫做二元一次方程。

二元一次方程的解集：适合一个二元一次方程的每一对未知数的值，叫做这个二元一次方程的一个解。对于任何一个二元一次方程，令其中一个未知数取任意一个值，都能求出与它对应的另一个未知数的值。因此，任何一个二元一次方程都有无数多个解。由这些解组成的集合，叫做这个二元一次方程的解集。

二元一次方程组及其解：两个二元一次方程合在一起就组成了一个二元一次方程组。一般地，能使二元一次方程组的两个方程左右两边的值都相等的两个未知数的值，叫做二元一次方程组的解。

二元一次方程组的解法

代入消元法：在二元一次方程组中选取一个适当的方程，将一个未知数用含另一个未知数的式子表示出来，再代入另一个方程，消去一个未知数得到一元一次方程，求出这个未知数的值，进而求得这个二元一次方程组的解，这种方法叫做代入消元法。

加减消元法：两个二元一次方程中同一未知数的系数相反或相等时，将两个方程的两边分别相加或相减，从而消去这个未知数，得到一个一元一次方程，这种求二元一次方程组的解的方法叫做加减消元法，简称加减法。

二元一次方程组的应用

列二元一次方程组解应用题的一般步骤可概括为“审、找、列、解、答”五步，即：

- (1) 审：通过审题，把实际问题抽象成数学问题，分析已知数和未知数，并用字母表示其中的两个未知数；
- (2) 找：找出能够表示题意两个相等关系；
- (3) 列：根据这两个相等关系列出必需的代数式，从而列出方程组；
- (4) 解：解这个方程组，求出两个未知数的值；
- (5) 答：在对求出的方程的解做出是否合理判断的基础上，写出答案

有关市场经济的问题：

(1) 销售问题：利润=售价-进价；利润率=利润/进价；

(2) 增长率问题：增长率= $\frac{\text{第二年产量}-\text{第一年产量}}{\text{第一年产量}} \times 100\%$

(3) 储蓄问题：本息和=本金+应得利息；应得利息=本金×利率×存期

二元一次方程和一次函数的图像的关系：

- (1) 以二元一次方程的解为坐标的点都在相应的函数图像上；

(2) 一次函数图像上的点的坐标都适合相应的二元一次方程.

方程组和对应的两条直线的关系

(1) 方程组的解是对应的两条直线的交点坐标;(2) 两条直线的交点坐标是对应的方程组的解;

第八章 平行线的有关证明

1. 定义与命题:

定义: 一般地, 能清楚地规定某一名称或术语意义的句子叫做该名称或术语的定义。

命题: 一般地, 对某一件事情作出正确或不正确的判断的句子叫做命题。

命题可看作由**条件** (或题设) 和**结论**两部分组成. 题设是已知事项, 结论是由已知事项推出的事项. 这样的命题可以写成“如果,,,那么,,,”的形式, 其中“如果”开始的部分是条件, “那么”后面是结论。

正确的命题称为**真命题**, 不正确的的命题称为**假命题**

要说明一个命题是假命题, 通常可以举出一个例子, 使之具备命题的条件, 而不具备命题的结论, 这种例子称为反例.

2. 证明的必要性:

通过猜想并验证活动, 我们可以体会到: 要判断一个命题是不是真命题, 仅仅依靠经验、观察、实验和猜想是不够的, 必须一步一步、有根据地进行推理. 推理的过程就是证明 (proof) .

3. 基本事实与定理:

1). 基本事实

我们已经认识了可作为证明出发点和依据的基本事实, 其中有八条:

1. 两点确定一条直线.
2. 两点之间线段最短.
3. 同一平面内, 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直.
4. 两条直线被第三条直线所截, 如果同位角相等, 那么这两条直线平行.
5. 过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行.
6. 两边及其夹角对应相等的两个三角形全等.
7. 两角及其夹边对应相等的两个三角形全等.
8. 三边对应相等的两个三角形全等.

此八条基本事实前面已详细探索过, 不必验证它们的正确性, 可以直接用来证明其他命题的正确性, 另外还有一条我们将在以后认识它. 此外等式和不等式的有关性质也可看作公理. 比如: 如果 $a=b$, $b=c$, 那么 $a=c$.

4. 平行线的判定定理;

- (1) 两条直线被第三条直线所截, 如果同位角相等, 那么这两条直线平行
- (2) 两条直线被第三条直线所截, 如果内错角相等, 那么这两条直线平行
- (3) 两条直线被第三条直线所截, 如果同旁内角相等, 那么这两条直线平行。

5. 平行线的性质定理;

- (1) 两直线平行, 则同位角相等
- (2) 两直线平行, 则内错角相等
- (3) 两直线平行, 则同旁内角互补

6. 三角形内角和定理

三角形的内角和为 180°

推论1: 直角三角形的两个锐角互余

推论2: 三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角和

推论3: 三角形的一个外角大于任何一个和它不相邻的内角

三角形的内角和是外角和的二分之一。三角形内角和等于该三角形的三个内角之和。

第九章 概率初步

1. 生活中的随机事件分为确定事件和不确定事件, 确定事件又分为必然事件和不可能事件, 其中,

- ① 必然事件发生的概率为 1, 即 $P(\text{必然事件})=1$;
- ② 不可能事件发生的概率为 0, 即 $P(\text{不可能事件})=0$;
- ③ 如果 A 为不确定事件, 那么 $0 < P(A) < 1$

2. 随机事件发生的可能性(概率)的计算方法:

- ① 理论计算又分为如下两种情况:

第一种: 只涉及一步实验的随机事件发生的概率, 如: 根据概率的大小与面积的关系, 对一类概率模型进行的计算;

第二种: 通过列表法、列举法、树状图来计算涉及两步或两步以上实验的随机事件发生的概率, 如: 配紫色, 对游戏是否公平的计算。

- ② 实验估算又分为如下两种情况:

第一种: 利用实验的方法进行概率估算。要知道当实验次数非常大时, 实验频率可作为事件发生的概率的估计值, 即大量实验频率稳定于理论概率。

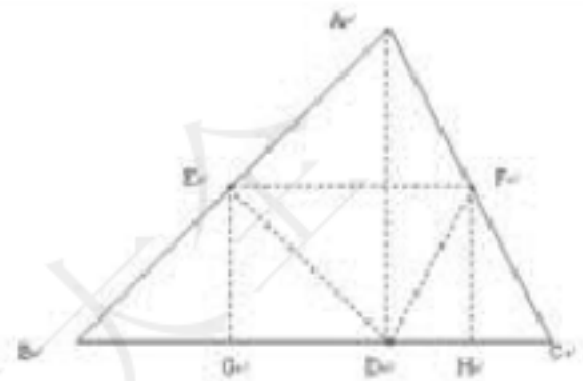
第二种: 利用模拟实验的方法进行概率估算。如, 利用计算器产生随机数来模拟实验。

综上所述，目前掌握的有关于概率模型大致分为三类：第一类问题没有理论概率，只能借助实验模拟获得其估计值；第二类问题虽然存在理论概率但目前尚不可求，只能借助实验模拟获得其估计值；第三类问题则是简单的古典概型，理论上容易求出其概率。

这里要引起注意的是，虽然我们可以利用公式计算概率，但在学习这部分知识时，更重要的是要体会概率的意义，而不只是强化练习套用公式进行计算。

3. 概率应用：

通过设计简单的概率模型，在不确定的情境中做出合理的决策；概率与实际生活联系密切，通过理解什么是游戏对双方公平，用概率的语言说明游戏的公平性，并能按要求设计游戏的概率模型，以及结合具体实际问题，体会概率与统计之间的关系，可以解决一些实际问题。



第十章 三角形的证明

知识点 1 全等三角形的判定及性质

判定定理简称	判定定理的内容	性质
SSS	三角形分别相等的两个三角形全等	全等三角形对应边相等、对应角相等
SAS	两边及其夹角分别相等的两个三角形全等	
ASA	两角及其夹边分别相等的两个三角形全等	
AAS	两角分别相等且其中一组等角的对边相等的两个三角形全等	

知识点 2 等腰三角形的性质定理及推论

	内容	几何语言	条件与结论
等腰三角形的性质定理	等腰三角形的两底角相等。简述为：等边对等角	在 $\triangle ABC$ 中，若 $AB=AC$ ，则 $\angle B=\angle C$	条件：边相等，即 $AB=AC$ 结论：角相等，即 $\angle B=\angle C$
推论	等腰三角形顶角的平分线、底边上的中线及底边上的高线互相垂直，简述为：三线合一	在 $\triangle ABC$ ， $AB=AC$ ， $AD\perp BC$ ，则 AD 是 BC 边上的中线，且 AD 平分 $\angle BAC$	条件：等腰三角形中一直顶点的平分线，底边上的中线、底边上的高线之一 结论：该线也死其他两线

等腰三角形中的相等线段：

- 1 等腰三角形两底角的平分线相等
- 2 等腰三角形两腰上的高相等
- 3 两腰上的中线相等
- 4 底边的中点到两腰的距离相等

知识点3 等边三角形的性质定理

	内容
性质定理	等边三角形的三个内角都相等，并且每个角都等于60度
解读	<p>【要点提示】1) 等边三角形是特殊的等腰三角形。它具有等腰三角形的一切性质2) 等边三角形每条边上的中线、高线和所对角的平分线“三线合一”</p> <p>【易错点】所有的等边三角形都是等腰三角形，但不是所有的等腰三角形都是等边三角形</p>

知识点4 等腰三角形的判定定理

	内容	几何语言	条件与结论
等腰三角形的判定定理	有两个角相等的三角形是等腰三角形，简述为：等角对等边	在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle B = \angle C$ 则 $AC = BC$	条件：角相等，即 $\angle B = \angle C$ 结论：边相等，即 $AB = AC$
解读	【注意】对“等角对等边”的理解仍然要注意，他的前提是“在同一个三角形中”		
拓展	判定一个三角形是等腰三角形有两种方法 (1) 利用等腰三角形；(2) 利用等腰三角形的判定定理，即“等角对等边”		

知识点5 反证法

	概念	证明的一般步骤
反证法	在证明时，先假设命题的结论不成立，然后推导出与定义、基本事实、已有定理或已知条件相矛盾的结果，从而证明命题的结论一定成立，这种证明方法称为反证法	(1) 假设命题的结论不成立 (2) 从这个假设出发，应用正确的推论方法，得出与定义、基本事实、已有定理或已知条件相矛盾的结果 (3) 由矛盾的结果判定假设不正确，从而肯定原命题正确
解读	<p>【要点提示】(1) 对于一个数学命题，当用直接证法比较困难甚至不能证明时，往往采用间接证法，反证法就是其中一种，当一个命题涉及“一定”“至少”“至多”“无限”“唯一”等情况时，由于结论的反面简单明确，常常用反证法来证明</p> <p>(2) “推理”必须顺着假设的思路进行，即把假设当作已知条件，“得出矛盾”是指推出与定义、基本事实、已有定理或已知条件相矛盾的结果</p>	

	内容
判定定理1	三个角都相等的三角形是等边三角形
判定定理2	有一角是60度的等腰三角形是等边三角形
解读	【要点提示】应用判定定理2时，证三角形是等腰三角形，且三角形中有一角为60°
拓展	判定一个三角形是等边三角形的方法有三个 (1) 三边都相等的三角形是等边三角形 (2) 三个角都相等的三角形是等边三角形 (3) 有一个角正好60°的等腰三角形是等边三角形.在判定时，要更具条件、特征灵活选择判定方法
巧计乐背	三种方法证等边，定义与两个判定，判定2可先证等腰，再找60°角

第十一章 一元一次不等式知识点及方法

1、不等式的定义：

一般地，用符号“ $<$ ”、“ \leq ”、“ $>$ ”、“ \geq ”、“ \neq ”连接的式子叫做不等式。

注意：(1) 要弄清不等式和等式的区别：等式有等号，而不等式没有。

(2) 常用的不等号有： $<$ 、 \leq 、 $>$ 、 \geq 、 \neq 。

(3) 列不等式是数学化与符号化的过程，它与列方程类似，列不等式注意找到问题中不等关系的词，如：

“正数(>0)”， “负数(<0)”， “非正数(≤ 0)”， “非负数(≥ 0)”，

“超过(>0)”， “不足(<0)”， “至少(≥ 0)”， “至多(≤ 0)”，

“不大于(≤ 0)”， “不小于(≥ 0)”

(4) 除了(3)常见不等式所表示的基本语言与含义还有：

①若 $a-b>0$ ，则 a 大于 b ；②若 $a-b<0$ ，则 a 小于 b ；③若 $a-b\geq 0$ ，则 a 不小于 b ；④若 $a-b\leq 0$ ，则

a 不大于 b ；⑤若 $ab>0$ 或 $\frac{a}{b}>0$ ，则 a 、 b 同号；⑥若 $ab<0$ 或 $\frac{a}{b}<0$ ，则 a 、 b 异号。

(5) 不等号具有方向性，其左右两边不能随意交换： $a<b$ 可转换为 $b>a$ ， $c\geq d$ 可转换为 $d\leq c$ 。

2、不等式的基本性质：

为了更好的理解新旧知识之间的异同，便以表格形式将二者进行比较。

等式的基本性质	不等式的基本性质	一般形式
两边同时加上（或减去）同一个代数式所得结果仍是等式。	性质 1：两边都加上（或减去）同一个整式，不等号的方向不变。	若 $a < b$ ，则 $a + c < b + c$
两边同时乘以同一个数（或除以同一个不为 0 的数）所得结果仍是等式。	性质 2：两边都乘以（或除以）同一个正数，不等号的方向不变。	若 $a < b$ ， $c > 0$ 则 $ac < bc$
	性质 3：两边都乘以（或除以）同一个负数，不等号的方向改变。	若 $a < b$ ， $c < 0$ 则 $ac > bc$

比如：不等式 $ax > b$ 的解集是 $x > \frac{b}{a}$ ，一定会有 $a < 0$

3、不等式的解和不等式的解集的定义：

(1)能使不等式成立的未知数的值（一个或几个），叫做不等式的解。

(2)一个含有未知数的不等式的所有解，组成这个不等式的解集。

注意：不等式的解集，包含两方面的含义：

(1)未知数取解集中的任何一个值时，不等式都成立。

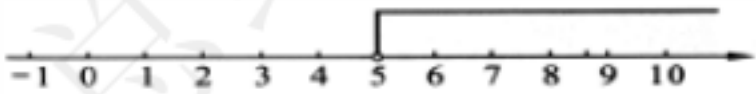
(2)未知数取解集外的任何一个值时，不等式都不成立。

(3)求不等式的解集的过程叫做解不等式。

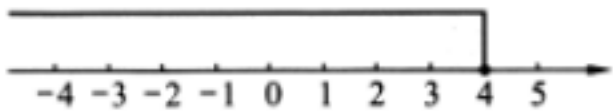
(4)不等式的解集可在数轴上直观表示。注意：用数轴表示不等式的解，应记住规律：

大于向右画，小于向左画，有等号(<、>)画实心点，无等号(<、>)画空心圈。

例如：不等式 $x > 5$ 的解集可以用数轴上表示 5 的点的右边部分来表示，在数轴上表示 5 的点上画空心圆圈，表示 5 不在这个解集内。



不等式 $x - 5 \leq -1$ 的解集 $x \leq 4$ 可以用数轴上表示 4 的点及其左边部分来表示，在数轴上表示 4 的点上画实心圆点，表示 4 在这个解集内。



4、一元一次不等式的定义和解法：

(1)不等式的左右两边都是整式，只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是1，这样的不等式叫一元一次不等式。其标准形式： $ax + b < 0$ 或 $ax + b \leq 0$ ， $ax + b > 0$ 或 $ax + b \geq 0$ ($a \neq 0$)。

(2)解一元一次不等式的一般步骤：

例：解不等式： $\frac{x-1}{2} - \frac{3x-1}{3} \geq 1$

解：去分母，得：

去括号，得：

移项，得：

合并同类项，得：

系数化为 1，得：

(3)根据实际问题列不等式并求解，主要有以下环节：（这个知识点我们招工不会考请大家放心哦！）

①审题，找出不等关系；②设未知数；③列出不等式；④求出不等式的解集；

⑤找出符合题意的值；⑥作答。

5、一元一次不等式与一次函数

- (1)利用函数图象求解不等式，通过直接观察图象，得到不等式的解集，并用解不等式方法加以验证；
- (2)借助于函数关系建立不等式，即先建立函数模型，再建立不等式模型。
- (3)解一元一次不等式与解一元一次方程的区别
 - ①从表达含义来看：一元一次不等式表示的是不等关系，一元一次方程表示的是相等关系。
 - ②从解法来看：解法的 5 个步骤相同，但是“去分母”“系数化为 1”时，如果不等式的两边同时乘以（或除以）同一个负数时，不等号方向改变。
 - ③从解的情况来看：不等式有无数个解，而一元一次方程只有唯一解。
- (4)一次函数与一元一次方程、一元一次不等式之间的互相转化作用
 - 令一次函数 $y=kx+b(k\neq0)$ 中的 $y=0$ ，即可得一元一次方程，将一元一次方程中的等号改为不等号，一元一次方程则转化为一元一次不等式

6、一元一次不等式组：

- (1)关于同一个未知数的几个一元一次不等式合在一起就组成一个一元一次不等式组。
 - (2)一元一次不等式组中各个不等式的解集的公共部分，叫做这个一元一次不等式组的解集。
 - (3)一元一次不等式组的解法：先解出各个不等式的解集，然后再找出它们的公共部分。
- 可以利用数轴来找。

一元一次不等式组	解集	图示	语言表达
$\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases} \quad (a < b)$	$x > b$		同大取大
$\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases} \quad (a < b)$	$x < a$		同小取小
$\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases} \quad (a < b)$	$a < x < b$		大小小大中间取
$\begin{cases} x < a \\ x > b \end{cases} \quad (a < b)$	无解		大大小小无解答

VV99.net

免费文档下载