

浙教版九年级数学上册单元测试题

第1章测试卷

一、选择题(每题3分,共30分)

1. 下列函数中是二次函数的是()

A. $y=3x-1$ B. $y=3x^2-1$ C. $y=(x+1)^2-x^2$ D. $y=\sqrt{x^2-1}$

2. 对于二次函数 $y=3(x-2)^2+1$ 的图象, 下列说法正确的是()

A. 开口向下 B. 对称轴是直线 $x=-2$

C. 顶点坐标是(2, 1) D. 与 x 轴有两个交点

3. 抛物线 $y=x^2-1$ 可由下列哪一个函数的图象向右平移1个单位, 再向下平移2个单位得到? ()

A. $y=(x-1)^2+1$ B. $y=(x+1)^2+1$

C. $y=(x-1)^2-3$ D. $y=(x+1)^2+3$

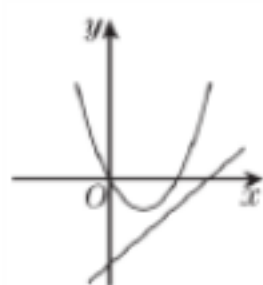
4. 二次函数 $y=x^2-2x+1$ 的图象与 x 轴的交点个数是()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

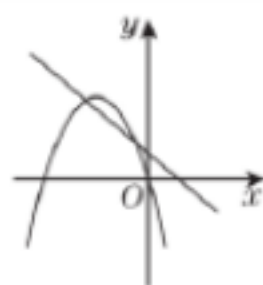
5. 若 $A\left(\frac{3}{4}, y_1\right)$, $B\left(-\frac{5}{4}, y_2\right)$, $C\left(\frac{1}{4}, y_3\right)$ 为二次函数 $y=x^2+4x-5$ 的图象上的三点, 则 y_1 , y_2 , y_3 的大小关系是()

A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_2 > y_1 > y_3$ C. $y_3 > y_1 > y_2$ D. $y_1 > y_3 > y_2$

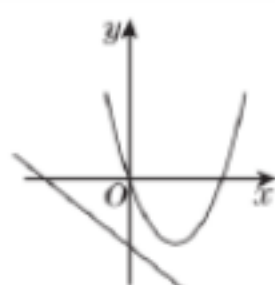
6. 在同一坐标系中, 二次函数 $y=ax^2+bx$ 与一次函数 $y=bx-a$ 的图象可能是()



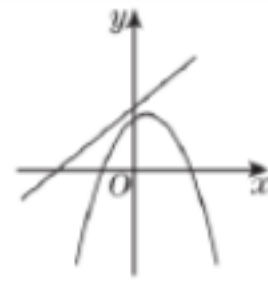
A



B



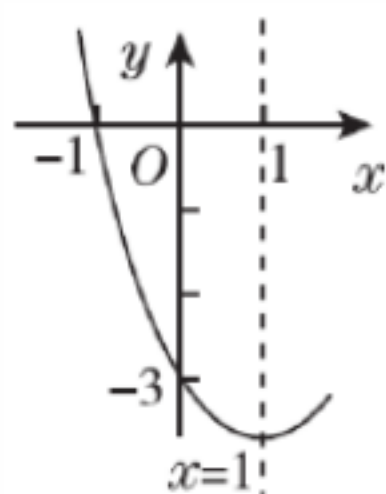
C



D

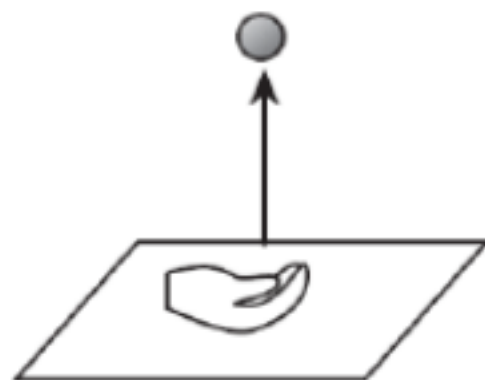
7. 已知函数 $y=x^2+bx+c$ 的部分图象如图所示, 若 $y<0$, 则 x 的取值范围是()

- A. $-1<x<4$ B. $-1<x<3$
C. $x<-1$ 或 $x>4$ D. $x<-1$ 或 $x>3$



8. 如图, 从地面竖直向上抛出一个小球, 小球的高度 h (单位: m)与小球运动时间 t (单位: s)之间的关系式为 $h=30t-5t^2$, 那么小球从抛出至回落到地面所需要的时间是()

- A. 6 s B. 4 s C. 3 s D. 2 s

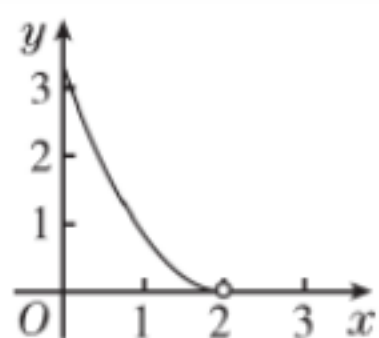
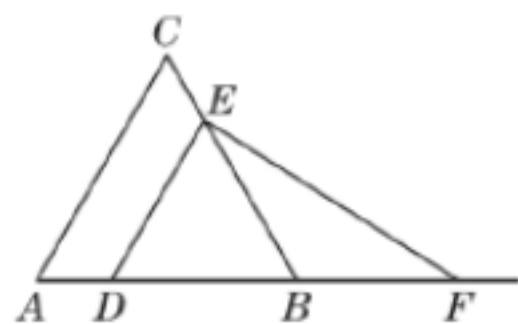


9. 如图, 老师出示了小黑板上的题后, 小华说: 过点(3, 0); 小彬说: 过点(4, 3); 小明说: $a=1$; 小颖说: 抛物线被 x 轴截得的线段长为 2. 你认为四人的说法中, 正确的有()

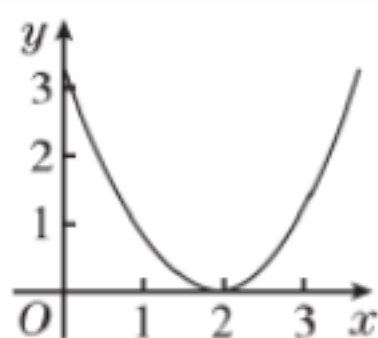
- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

已知抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 与 x 轴交于 (1, 0), 试着添加一个条件, 使它的对称轴为直线 $x=2$.

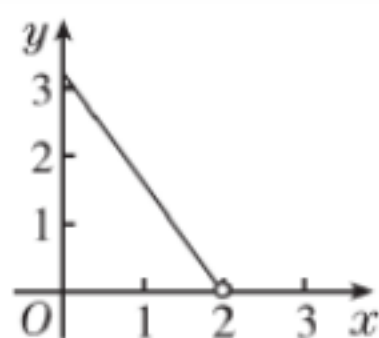
10. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形, $AB=2$, 点 D 为边 AB 上一点, 过点 D 作 $DE \parallel AC$, 交 BC 于 E 点; 过 E 点作 $EF \perp DE$, 交 AB 的延长线于 F 点. 设 $AD=x$, $\triangle DEF$ 的面积为 y , 则能大致反映 y 与 x 函数关系的图象是()



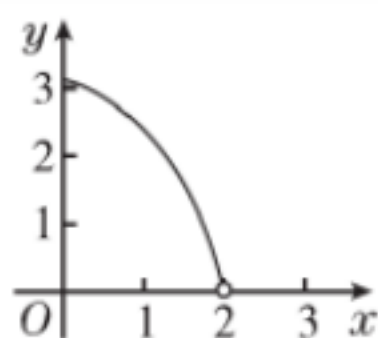
A



B



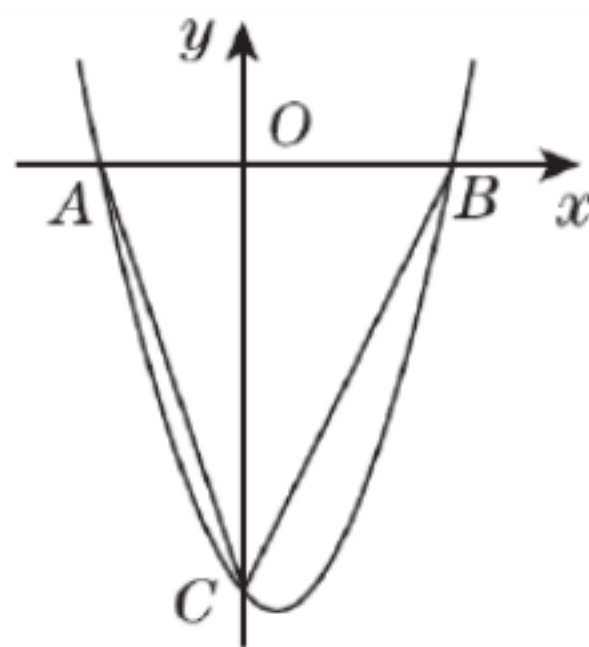
C



D

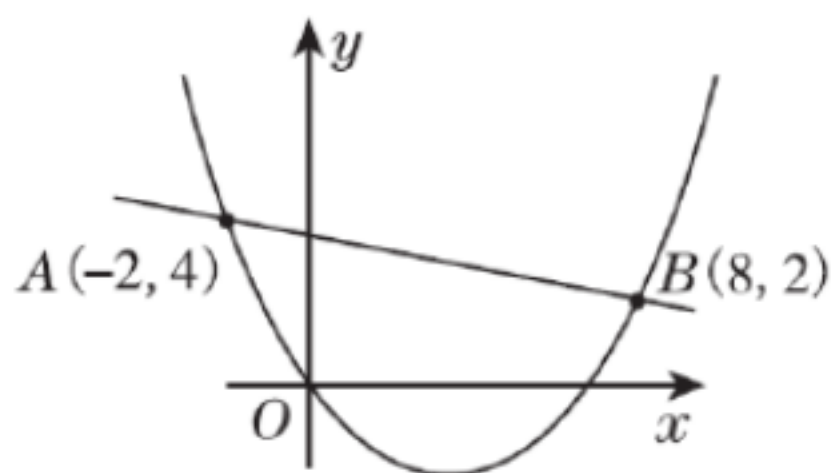
二、填空题(每题 3 分, 共 24 分)

11. 抛物线 $y = -x^2 + 15$ 有最_____点, 其坐标是_____.
12. 函数 $y = x^2 + 2x + 1$, 当 $y = 0$ 时, $x =$ _____; 当 $1 < x < 2$ 时, y 随 x 的增大而_____. (填“增大”或“减小”)
13. 如图, 二次函数 $y = x^2 - x - 6$ 的图象交 x 轴于 A, B 两点, 交 y 轴于 C 点, 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

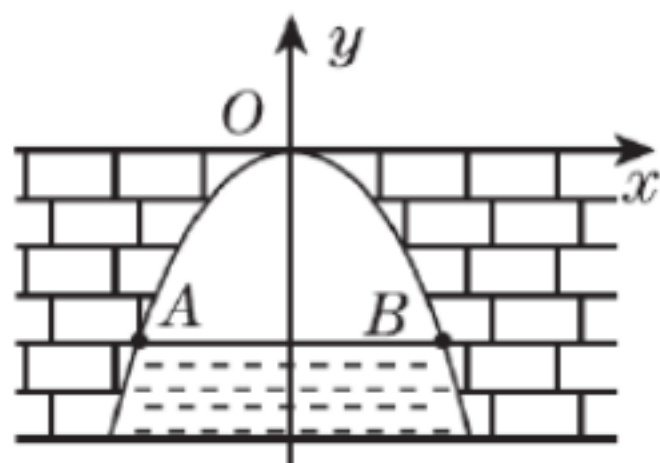


14. 已知抛物线 $y = ax^2 - 4ax + c$ 与 x 轴的一个交点的坐标为 $(-2, 0)$, 则一元二次方程 $ax^2 - 4ax + c = 0$ 的根为_____.

15. 已知二次函数 $y_1 = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 与一次函数 $y_2 = kx + m (k \neq 0)$ 的图象相交于点 $A(-2, 4)$, $B(8, 2)$, 如图所示, 则能使 $y_1 > y_2$ 成立的 x 的取值范围是_____.



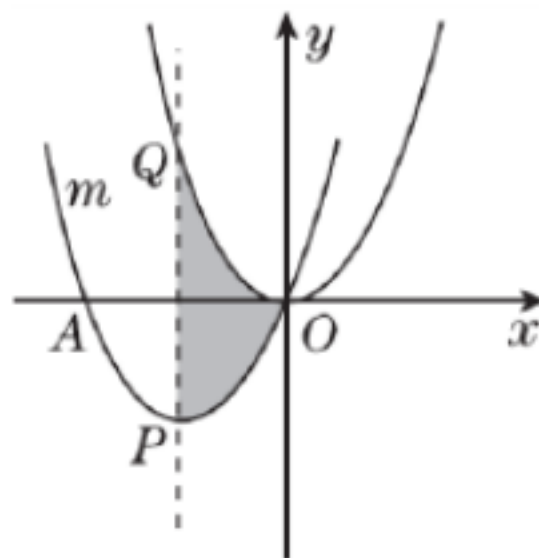
16. 某涵洞的截面是抛物线形, 如图所示, 在图中建立的直角坐标系中, 抛物线的表达式为 $y = -\frac{1}{4}x^2$, 当涵洞水面宽 AB 为 12 m 时, 水面到桥拱顶点 O 的距离为_____m.



17. 对于二次函数 $y = x^2 - 2mx - 3$, 有下列说法:

①它的图象与 x 轴有两个交点; ②如果当 $x \leq 1$ 时, y 随 x 的增大而减小, 则 $m = 1$; ③若图象向左平移 3 个单位后过原点, 则 $m = -1$; ④如果当 $x = 4$ 与 $x = 100$ 时, 函数值相等, 则当 $x = 104$ 时, 函数值为 -3 , 其中正确说法的序号是_____.

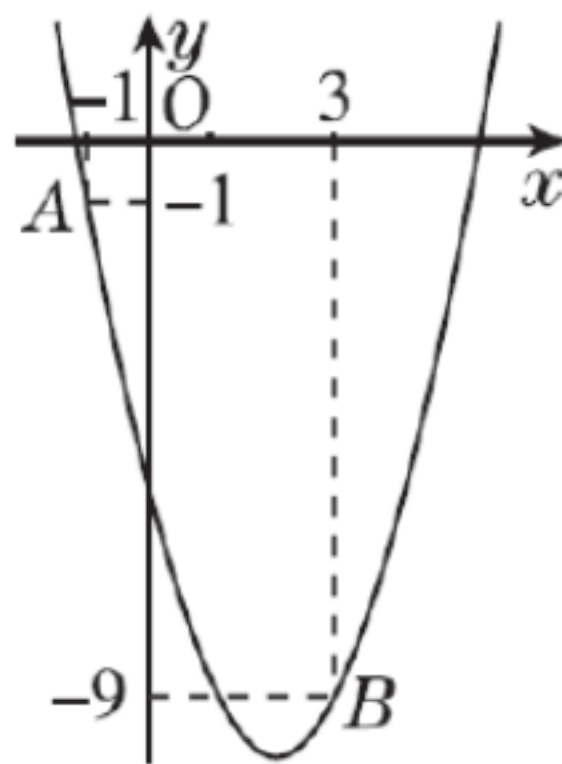
18. 如图, 把抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 平移得到抛物线 m , 抛物线 m 经过点 $A(-6, 0)$ 和原点 $O(0, 0)$, 它的顶点为 P , 它的对称轴与抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 交于点 Q , 则图中阴影部分的面积为 _____.



三、解答题(19~21 题每题 10 分, 其余每题 12 分, 共 66 分)

19. 如图, 已知二次函数 $y = ax^2 - 4x + c$ 的图象经过点 A 和点 B .

- (1) 求该二次函数的表达式, 写出该抛物线的对称轴及顶点;
- (2) 若点 $P(m, m)$ 在该函数的图象上, 求 m 的值.

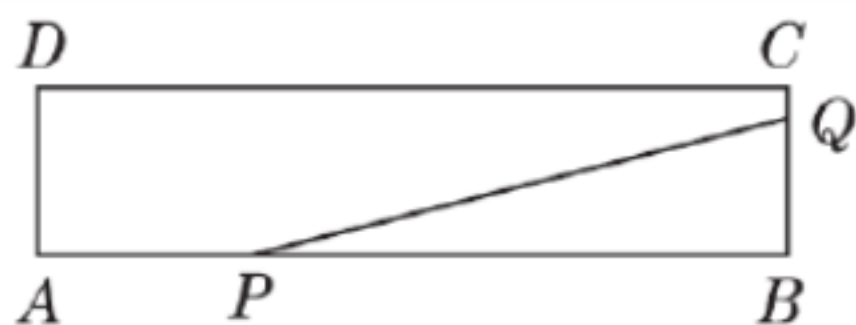


20. 如图, 矩形 $ABCD$ 的两边长 $AB = 18$ cm, $AD = 4$ cm, 点 P , Q 分别从 A , B 同时出发,

点 P 在边 AB 上沿 AB 方向以每秒 2 cm 的速度匀速运动，点 Q 在边 BC 上沿 BC 方向以每秒 1 cm 的速度匀速运动(点 P, Q 中有一点到达矩形顶点，则运动停止). 设运动时间为 $x\text{ s}$ ， $\triangle PBQ$ 的面积为 $y\text{ cm}^2$.

(1)求 y 关于 x 的函数关系式，并写出 x 的取值范围；

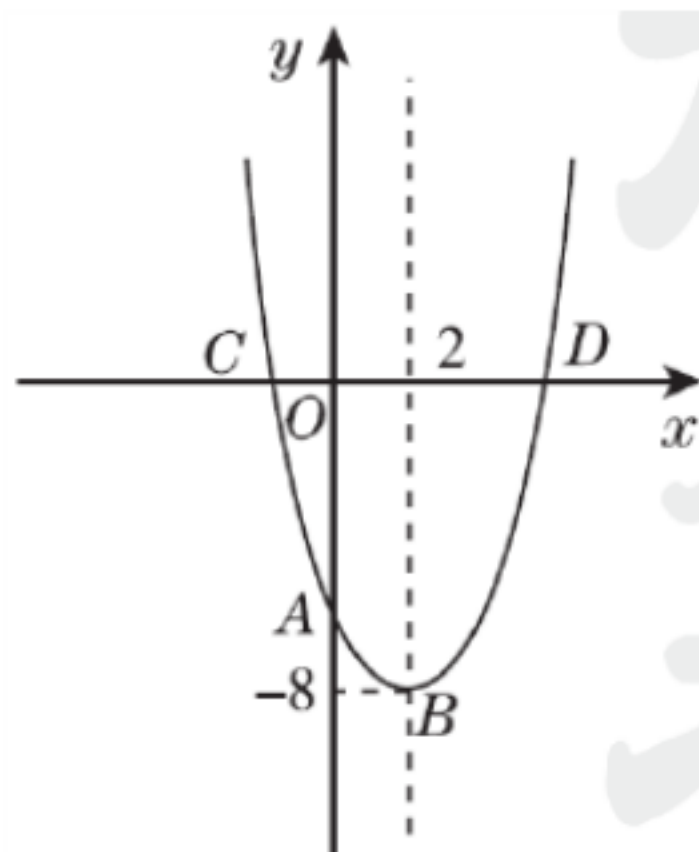
(2)求 $\triangle PBQ$ 的最大面积.



21. 如图，二次函数图象与 y 轴交于点 $A(0, -6)$ ，与 x 轴交于 C, D 两点，顶点坐标为 $B(2, -8)$. 若点 P 是 x 轴上的一动点.

(1)求此二次函数的表达式；

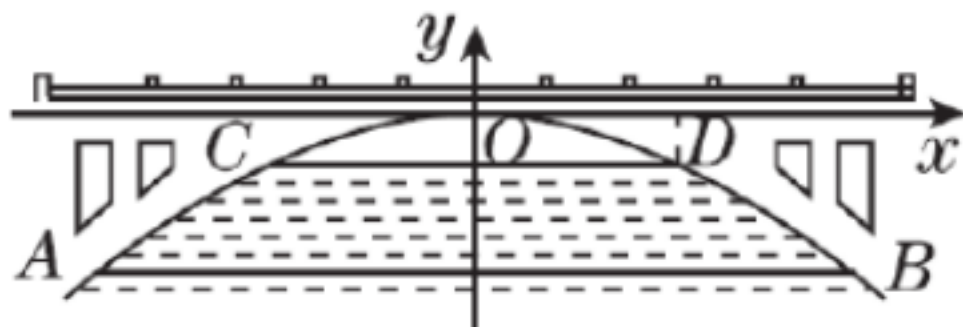
(2)当 $PA+PB$ 的值最小时，求点 P 的坐标.



22. 如图，有一座抛物线形拱桥，在正常水位时水面 AB 的宽为 20 米，如果水位上升 3 米，那么水面 CD 的宽是 10 米.

(1)建立如图所示的直角坐标系，求此抛物线的表达式；

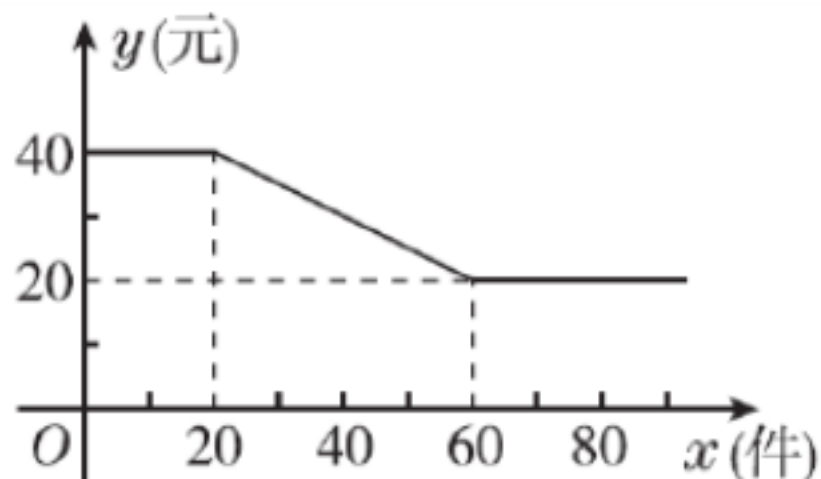
(2)当水位在正常水位时，有一艘宽为 6 米的货船经过这里，船舱上有高出水面 3.6 米的长方体货物(货物与货船同宽). 此船能否顺利通过这座拱桥？



23. 某工厂生产一种火爆的网红电子产品，每件产品成本 16 元. 工厂将该产品进行网络批发，批发单价 y (元)与一次性批发量 x (件)(x 为正整数)之间满足如图所示的函数关系.

(1)直接写出 y 与 x 之间所满足的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围.

(2)若一次性批发量不超过 60 件，当批发量为多少件时，工厂获利最大？最大利润是多少？



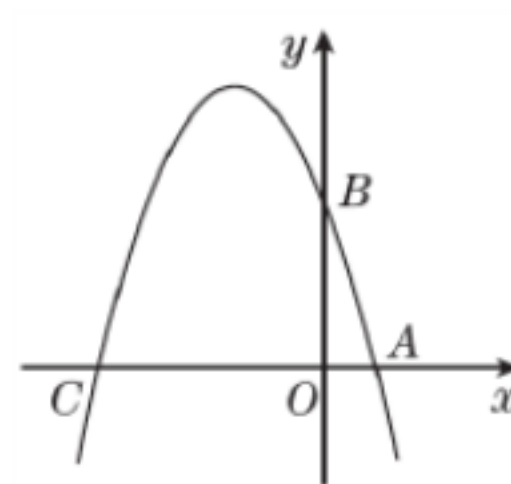
24. 已知如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A , B , C 分别为坐标轴上的三个点，且 $OA=1$, $OB=3$, $OC=4$.

(1)求经过 A , B , C 三点的抛物线的表达式；

(2)在平面直角坐标系 xOy 中是否存在一点 P ，使得以点 A , B , C , P 为顶点的四边形为

菱形？若存在，请求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由；

(3)若点 M 为该抛物线上一动点，在(2)的条件下，请求出使 $|PM-AM|$ 最大时点 M 的坐标，并直接写出 $|PM-AM|$ 的最大值.



答案

一、1.B 2.C

3. B 点拨: 根据“左加右减, 上加下减”, 可得 B 选项正确.

4. B 5.D 6.C

7. B 点拨: $y < 0$, 表示取函数图象在 x 轴下面的部分, $1 - (-1) = 2$, 所以函数图象与 x 轴的另一个交点为 $(3, 0)$, 故选 B.

8. A 9.C

10. A 点拨: 易知 $\triangle DEB$ 为等边三角形,

$$\therefore \angle EDB = 60^\circ.$$

$$\text{又} \because EF \perp DE, \therefore \angle EFD = 30^\circ.$$

$$\therefore DF = 2DE = 2BD = 2(2-x).$$

在 $\text{Rt}\triangle DEF$ 中, 由勾股定理, 得 $EF = \sqrt{DF^2 - DE^2} = \sqrt{4(2-x)^2 - (2-x)^2} = \sqrt{3}(2-x)$,

$$\therefore y = \frac{1}{2} \times \sqrt{3}(2-x) \times (2-x) = \frac{\sqrt{3}}{2}(x-2)^2 (0 \leq x < 2). \text{ 故选 A.}$$

二、11.高; $(0, 15)$ 12.-1; 增大 13.15

14. $x_1 = -2, x_2 = 6$ 15. $x < -2$ 或 $x > 8$

16. 9 17.①④

18. $\frac{27}{2}$ 点拨: 由题意知抛物线 m 的对称轴为直线 $x = -3$, 可设抛物线 m 的表达式为 $y = \frac{1}{2}$

$$(x+3)^2 + h.$$

\because 抛物线 m 经过原点,

$$\therefore 0 = \frac{1}{2} \times 3^2 + h, \therefore h = -\frac{9}{2}.$$

$$\therefore \text{顶点 } P \text{ 的坐标为 } \left(-3, -\frac{9}{2}\right).$$

$$\text{又} \because \text{点 } Q \text{ 的坐标为 } \left(-3, \frac{1}{2} \times 3^2\right),$$

$$\text{即 } \left(-3, \frac{9}{2}\right), \therefore \text{点 } P \text{ 与点 } Q \text{ 关于 } x \text{ 轴对称,}$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = |-3| \cdot \left|\frac{9}{2}\right| = 3 \times \frac{9}{2} = \frac{27}{2}.$$

三、19.解: (1)将 $A(-1, -1), B(3, -9)$ 的坐标分别代入 $y = ax^2 - 4x + c$,

$$\text{得} \begin{cases} a+4+c=-1, \\ 9a-12+c=-9. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a=1, \\ c=-6. \end{cases}$$

解得该二次函数的表达式为 $y=x^2-4x-6$.

$$\because y=x^2-4x-6=(x-2)^2-10,$$

\therefore 该抛物线的对称轴为直线 $x=2$, 顶点为 $(2, -10)$.

(2) \because 点 $P(m, m)$ 在该函数的图象上,

$$\therefore m^2-4m-6=m. \therefore m_1=6, m_2=-1.$$

$\therefore m$ 的值为 6 或 -1.

20. 解: (1) $\because S_{\triangle PBQ} = \frac{1}{2}PB \cdot BQ$, $PB=AB-AP=(18-2x)\text{cm}$, $BQ=x\text{cm}$,

$$\therefore y = \frac{1}{2}(18-2x)x,$$

即 $y = -x^2 + 9x (0 < x \leq 4)$.

(2) 由(1)知 $y = -x^2 + 9x$,

$$\therefore y = -\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{81}{4},$$

\because 当 $0 < x \leq \frac{9}{2}$ 时, y 随 x 的增大而增大, 而 $0 < x \leq 4$,

\therefore 当 $x=4$ 时, $y_{\text{最大值}} = 20$, 即 $\triangle PBQ$ 的最大面积是 20cm^2 .

21. 解: (1) 设二次函数的表达式为 $y=a(x-2)^2-8$.

将 $A(0, -6)$ 的坐标代入得 $4a-8=-6$, $\therefore a=\frac{1}{2}$.

$$\therefore y = \frac{1}{2}(x-2)^2-8,$$

即 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 6$.

(2) 作点 A 关于 x 轴的对称点 $E(0, 6)$, 连结 BE 交 x 轴于点 P ,

连结 PA , 此时 $PA+PB$ 最小.

设直线 BE 的表达式为 $y=kx+b$, 则 $\begin{cases} 2k+b=-8, \\ b=6. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=-7, \\ b=6. \end{cases}$

$$\therefore y = -7x+6. \text{当 } y=0 \text{ 时, } x=\frac{6}{7},$$

\therefore 点 P 的坐标为 $\left(\frac{6}{7}, 0\right)$.

22. 解: (1) 设抛物线的表达式为 $y=ax^2$.

∵ 抛物线关于 y 轴对称, $AB=20$ 米,

$CD=10$ 米,

∴ 点 B 的横坐标为 10.

设点 $B(10, n)$, 则点 $D(5, n+3)$.

将 B, D 两点的坐标分别代入表达式, 得
$$\begin{cases} n=100a, \\ n+3=25a. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} n=-4, \\ a=-\frac{1}{25}. \end{cases} \therefore y=-\frac{1}{25}x^2.$$

(2) ∵ 货船经过拱桥时右侧的横坐标为 $x=3$,

$$\therefore \text{当 } x=3 \text{ 时, } y=-\frac{1}{25} \times 9 = -\frac{9}{25}.$$

∵ 点 B 的纵坐标为 -4 ,

$$\text{又 } |-4| - \left| -\frac{9}{25} \right| = 3.64 > 3.6,$$

∴ 当水位在正常水位时, 此船能顺利通过这座拱桥.

23. 解: (1) 当 $0 < x \leq 20$ 且 x 为整数时, $y=40$;

$$\text{当 } 20 < x \leq 60 \text{ 且 } x \text{ 为整数时, } y = -\frac{1}{2}x + 50;$$

$$\text{当 } x > 60 \text{ 且 } x \text{ 为整数时, } y=20.$$

(2) 设所获利润为 w 元.

$$\text{当 } 0 < x \leq 20 \text{ 且 } x \text{ 为整数时, } y=40,$$

$$\therefore w_{\text{最大}} = (40-16) \times 20 = 480.$$

$$\text{当 } 20 < x \leq 60 \text{ 且 } x \text{ 为整数时, } y = -\frac{1}{2}x + 50,$$

$$\therefore w = (y-16)x = \left(-\frac{1}{2}x + 50 - 16 \right)x = -\frac{1}{2}x^2 + 34x = -\frac{1}{2}(x-34)^2 + 578.$$

$$\therefore -\frac{1}{2} < 0,$$

$$\therefore \text{当 } x=34 \text{ 时, } w \text{ 最大, 最大值为 } 578.$$

答: 一次性批发 34 件时, 工厂获利最大, 最大利润是 578 元.

24. 解: (1) 设抛物线的表达式为 $y=ax^2+bx+c$,

$$\therefore A(1, 0), B(0, 3), C(-4, 0),$$

$$\therefore \begin{cases} a+b+c=0, \\ c=3, \\ 16a-4b+c=0, \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} a=-\frac{3}{4}, \\ b=-\frac{9}{4}, \\ c=3. \end{cases}$$

\therefore 经过 A, B, C 三点的抛物线的表达式为 $y = -\frac{3}{4}x^2 - \frac{9}{4}x + 3$.

(2) 存在. 以 CA, CB 为邻边时, 如图, $\because OB=3, OC=4, OA=1$,

$\therefore BC=AC=5$, 当 BP 平行且等于 AC 时, 四边形 $ACBP$ 为菱形,

$\therefore BP=AC=5$, 且点 P 到 x 轴的距离等于 OB ,

\therefore 点 P 的坐标为 $(5, 3)$;

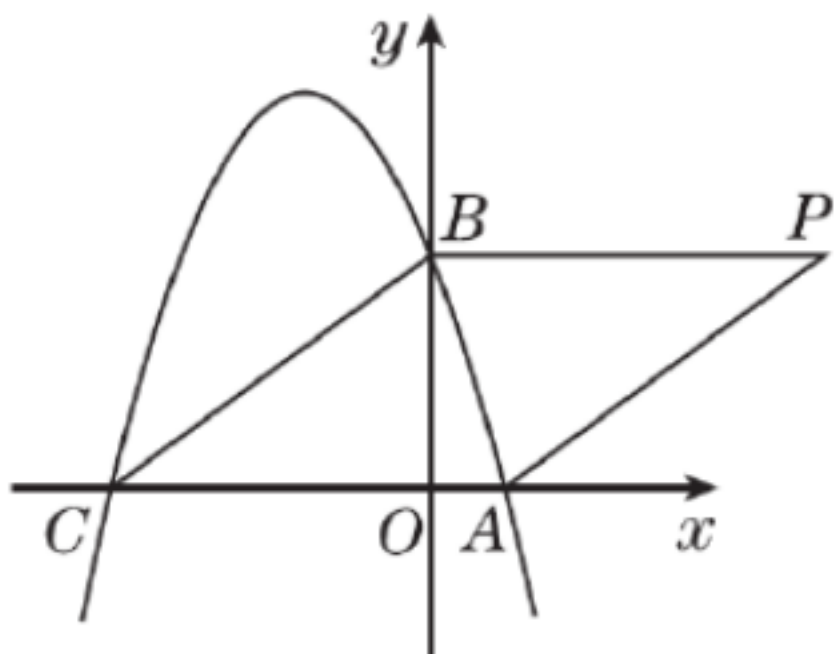
以 AB, AC 为邻边时, $AC \neq AB$,

\therefore 不存在点 P 使四边形 $ABPC$ 为菱形;

以 BA, BC 为邻边时, $BA \neq BC$,

\therefore 不存在点 P 使四边形 $ABCP$ 为菱形.

故符合题意的点 P 的坐标为 $(5, 3)$.



(3) 设直线 PA 的函数表达式为 $y=kx+m(k \neq 0)$,

$\because A(1, 0), P(5, 3)$,

$$\therefore \begin{cases} k+m=0, \\ 5k+m=3, \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} k=\frac{3}{4}, \\ m=-\frac{3}{4}, \end{cases}$$

\therefore 直线 PA 的函数表达式为 $y = \frac{3}{4}x - \frac{3}{4}$, 当点 M 与点 P, A 不在同一直线上时, 根据三角形

的三边关系知 $|PM-AM| < PA$, 当点 M 与点 P, A 在同一直线上时, $|PM-AM| = PA$,

\therefore 当点 M 与点 P, A 在同一直线上时, $|PM-AM|$ 的值最大, 即点 M 为直线 PA 与抛物线

的交点,

$$\text{解方程组} \begin{cases} y = \frac{3}{4}x - \frac{3}{4}, \\ y = -\frac{3}{4}x^2 - \frac{9}{4}x + 3, \end{cases}$$

$$\text{得} \begin{cases} x_1 = 1, \\ y_1 = 0, \end{cases} \begin{cases} x_2 = -5, \\ y_2 = -\frac{9}{2}, \end{cases}$$

∴当点 M 的坐标为 $(1, 0)$ 或 $(-5, -\frac{9}{2})$ 时, $|PM-AM|$ 的值最大, $|PM-AM|$ 的最大值为 5.

第2章测试卷

一、选择题(每题 3 分, 共 30 分)

1. 下列事件是必然事件的是()

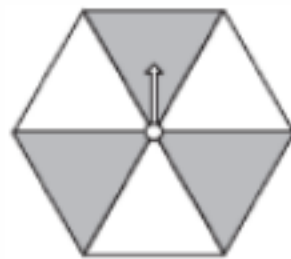
- A. 乘坐公共汽车恰好有空座 B. 同位角相等
C. 打开手机就有未接电话 D. 太阳从东方升起

2. 小明制作了十张卡片, 上面分别标有 1~10 这十个数. 从这十张卡片中随机抽取一张恰好能被 4 整除的概率是()

- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{3}{10}$

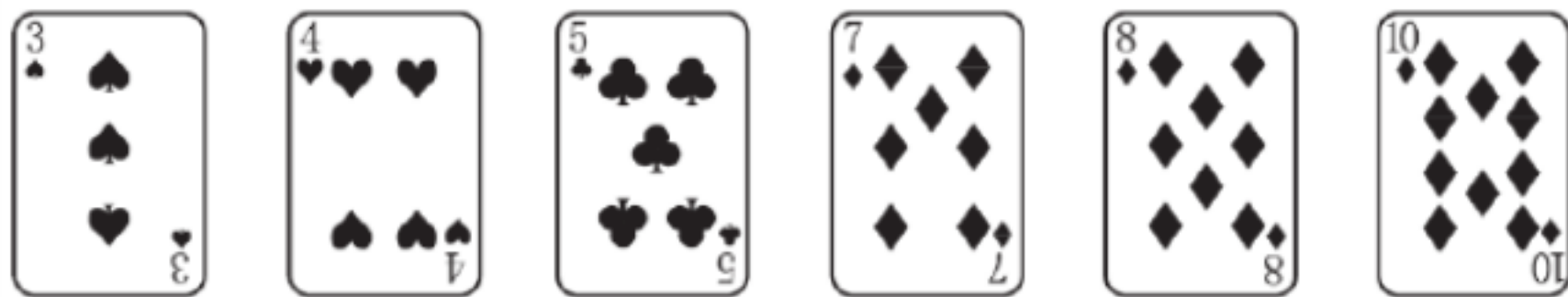
3. 如图是一个可以自由转动的正六边形转盘, 其中三个正三角形涂有阴影, 转动指针, 指针落在有阴影的区域内的概率为 a (若指针落在分界线上, 则重转); 如果投掷一枚质地均匀的硬币, 正面向上的概率为 b . 关于 a, b 大小的正确判断是()

- A. $a > b$ B. $a = b$
C. $a < b$ D. 不能判断



4. 如图, 有 6 张扑克牌, 从中随机抽取一张, 点数为偶数的概率是()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$



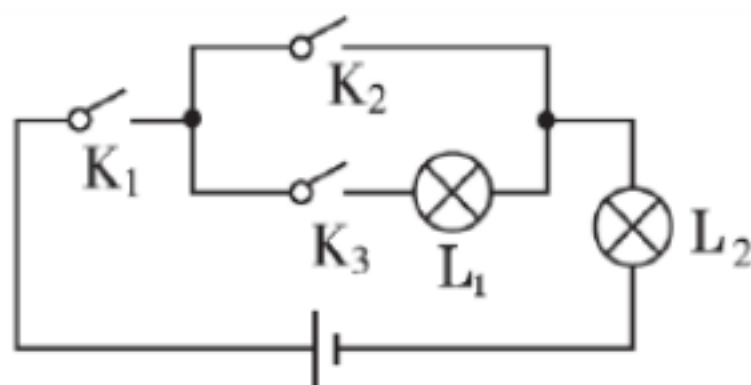
5. 一个不透明的盒子里有 n 个除颜色外其他完全相同的球，其中有 9 个黄球. 每次摸球前先将盒子里的球摇匀，任意摸出一个球记下颜色后再放回盒子，通过大量重复摸球试验后发现，摸到黄球的频率稳定在 30%，那么估计盒子中球的个数 n 为()
- A. 20 B. 24 C. 28 D. 30

6. 义乌国际小商品博览会某志愿小组有五名翻译，其中一名只会翻译阿拉伯语，三名只会翻译英语，还有一名两种语言都会翻译. 若从中随机挑选两名组成一组，则该组能够翻译上述两种语言的概率是()

A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{7}{10}$ C. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{16}{25}$

7. 如图，随机闭合开关 K_1 , K_2 , K_3 中的两个，则能让两个灯泡同时发光的概率是()

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

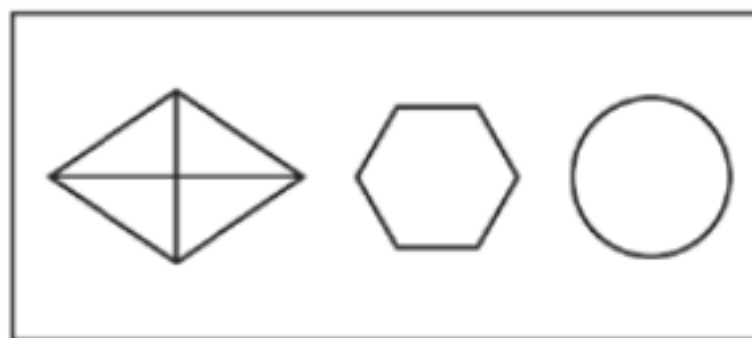


8. 质地均匀的骰子六个面分别刻有 1 到 6 的点数，掷两次骰子，得到向上一面的两个点数，则下列事件中，发生可能性最大的是()

A. 点数都是偶数 B. 点数的和为奇数
C. 点数的和小于 13 D. 点数的和小于 2

9. 如图，在一个长方形内有对角线长分别为 2 和 3 的菱形、边长为 1 的正六边形和半径为 1 的圆，则一点随机落在这三个图形内的概率较大的是()

A. 落在菱形内 B. 落在圆内 C. 落在正六边形内 D. 一样大



10. 同时抛掷 A , B 两个均匀的小正方体(每个面上分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6), 设两个正方体朝上一面的数字分别为 x , y , 并以此确定点 $P(x, y)$, 那么点 P 在抛物线 $y = -x^2 + 3x$ 上的概率为()

A. $\frac{1}{18}$

B. $\frac{1}{12}$

C. $\frac{1}{9}$

D. $\frac{1}{6}$

二、填空题(每题 3 分, 共 24 分)

11. 下列事件中, 必然事件有_____, 随机事件有_____, 不可能事件有_____. (填序号)

①随意翻开日历, 看到的是星期天;

②十五的月亮像弯弯的小船;

③某两个负数的积大于 0;

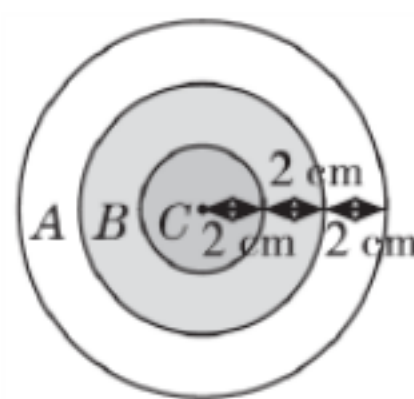
④小明买体彩, 中了 500 万奖金;

⑤两直线相交, 对顶角相等.

12. 有 5 张无差别的卡片, 上面分别标有 -1 , 0 , $\frac{1}{3}$, $\sqrt{2}$, π , 从中随机抽取 1 张, 则抽出的数是无理数的概率是_____.

13. 在四边形 $ABCD$ 中, ① $AB \parallel CD$; ② $AD \parallel BC$; ③ $AB = CD$; ④ $AD = BC$. 在这四个条件中任选两个作为已知条件, 能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形的概率是_____.

14. 在如图所示(A , B , C 三个区域)的图形中随机地撒一把豆子, 豆子落在_____区域的可能性最大. (填“ A ”或“ B ”或“ C ”)



15. 在一个不透明的袋中装有除颜色外其余均相同的 n 个球, 其中有 5 个黑球, 从袋中随机摸出一球, 记下其颜色, 这称为一次摸球试验, 之后把它放回袋中, 搅匀后, 再继续摸出一球. 以下是利用计算机模拟的摸球试验次数与摸出黑球次数的表格:

摸球试验次数	100	1 000	5 000	10 000	50 000	100 000
摸出黑球次数	46	487	2 506	5 008	24 996	50 007

根据表格, 可以估计出 n 的值是_____.

16. 一个口袋中有四个完全相同的小球, 把它们分别标号为 1, 2, 3, 4, 随机地摸出一个小球, 然后放回, 再随机地摸出一个小球, 则两次摸出的小球标号的和等于 4 的概率是_____.

17. 在平面直角坐标系中, 从五个点 $A(0, 0)$, $B(2, 0)$, $C(1, 1)$, $D(0, 2)$, $E(2, 2)$ 中任取三个, 这三点能构成三角形的概率是_____.

18. 从 -3 , -2 , -1 , 0 , 4 这五个数中随机抽取一个数记为 a , a 的值既是不等式组

$\begin{cases} 2x+3 < 4, \\ 3x-1 > -11 \end{cases}$ 的解, 又在函数 $y = \frac{1}{2x^2+2x}$ 的自变量取值范围内的概率是_____.

三、解答题(19~21 题每题 10 分, 其余每题 12 分, 共 66 分)

19. 在一个不透明的袋子中装有红球 4 个, 绿球 5 个和黄球若干个, 任意摸出一个球是黄球的概率是 $\frac{1}{4}$.

(1)求袋子里黄球的个数;

(2)求任意摸出一个球是红色的概率.

20. 在一次大规模的统计中发现英文文献中字母 E 使用的频率在 0.105 附近, 而字母 J 使用的频率大约为 0.001, 如果这次统计是可信的, 那么下列说法正确吗? 试说明理由.

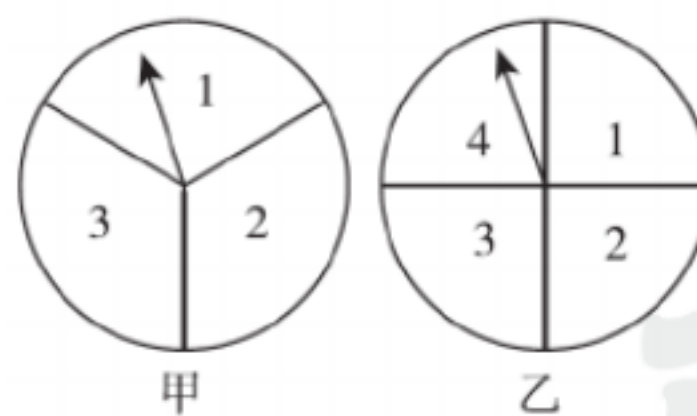
(1)在英文文献中字母 E 出现的概率在 10.5%左右, 字母 J 出现的概率在 0.1%左右;

(2)如果再去统计一篇约含 200 个字母的英文文献, 那么字母 E 出现的概率一定会非常接近 10.5%.

21. 如图, 甲、乙两个转盘分别被分成了 3 等份与 4 等份, 每份内均标有数字, 分别旋转这两个转盘.

(1)请将所有可能出现的结果填入下表:

		乙			
		1	2	3	4
甲	积				
	1				
	2				
	3				



(2)积为 9 的概率为_____；积为偶数的概率为_____.

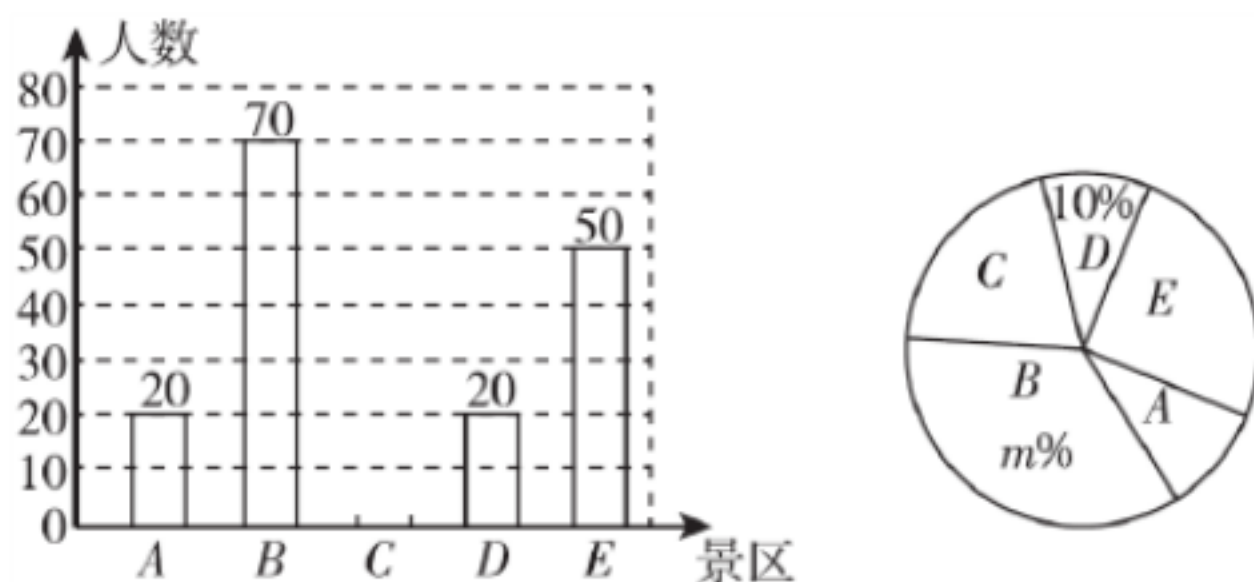
(3)从 1~12 这 12 个整数中，随机选取 1 个整数，求该数不是(1)中所填数字的概率.

22. A , B , C 三人玩篮球传球游戏，游戏规则：第一次传球由 A 将球随机地传给 B , C 两人中的某一人，以后的每一次传球都是由上次的接球者将球随机地传给其他两人中的某一人.

(1)求两次传球后，球恰在 B 手中的概率；

(2)求三次传球后，球恰在 A 手中的概率.

23. 某市有 A, B, C, D, E 五个景区很受游客喜爱, 一旅行社对某小区居民在暑假期间去以上五个景区旅游(只选一个景区)的意向做了一次随机调查统计, 并根据这个统计结果制作了如下两幅不完整的统计图:



- (1) 该小区居民在这次随机调查中被调查到的人数是_____, $m =$ _____, 并补全条形统计图;
- (2) 若该小区有居民 1 200 人, 试估计去 B 景区旅游的居民约有多少人?
- (3) 小军同学已去过 E 景区旅游, 暑假期间计划与父母从 A, B, C, D 四个景区中, 任选两个去旅游, 求选到 A, C 两个景区的概率. (要求画树状图或列表求概率)

24. 从一副 52 张(没有大小王)的扑克牌中，每次抽出 1 张，然后放回洗匀再抽，在试验中得到下表中部分数据：

试验次数	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400
出现方块的次数	11	18		40	49	63	68	80	91	100
出现方块的频率	0. 275	0. 225	0. 250	0. 250	0. 245	0. 263	0. 243		0. 253	0. 250

- (1)将数据表补充完整.
- (2)从上表中可以估计出现方块的概率是_____(精确到 0.01).
- (3)从这副扑克牌中取出两组牌，分别是方块 1，2，3 和红桃 1，2，3，将它们背面朝上分别重新洗牌后，从两组牌中各摸出一张，若摸出的两张牌的牌面数字之和等于 3，则甲方赢；若摸出的两张牌的牌面数字之和等于 4，则乙方赢. 你认为这个游戏对双方是公平的吗？若不是，有利于谁？请你用概率知识(列表法或画树状图法)加以分析说明.

答案

一、1.D 2.C 3.B 4.D 5.D

6. B 7.B 8.C 9.B

10. A 点拨: 列表:

$P(x, y)$ $\begin{matrix} y \\ x \end{matrix}$	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

共有 36 种等可能的情况, 点 $P(x, y)$ 落在抛物线 $y = -x^2 + 3x$ 上的情况有 (1, 2), (2, 2) 2

种. \therefore 点 P 在抛物线 $y = -x^2 + 3x$ 上的概率为 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$. 故选 A.

二、11. ③⑤; ①④; ② 12. $\frac{2}{5}$

13. $\frac{2}{3}$ 14. A 15. 10 16. $\frac{3}{16}$

17. $\frac{4}{5}$ 点拨: 在平面直角坐标系中描出这五个点, 任取三个点共有 10 种等可能的情况, 其

中能构成三角形的有 8 种情况. 因此 $P(\text{任取三点能构成三角形}) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$.

18. $\frac{2}{5}$ 点拨: 不等式组 $\begin{cases} 2x+3 < 4, \\ 3x-1 > -11 \end{cases}$ 的解集为 $-\frac{10}{3} < x < \frac{1}{2}$. 要使函数 $y = \frac{1}{2x^2+2x}$ 有意义, 则

分母 $2x^2+2x \neq 0$, 解得 $x \neq 0$ 且 $x \neq -1$. 在所给的五个数 -3, -2, -1, 0, 4 中, -3 与 -

2 既满足 $-\frac{10}{3} < x < \frac{1}{2}$, 又满足 $x \neq 0$ 且 $x \neq -1$, 故所求概率为 $\frac{2}{5}$.

三、19. 解: (1) 设袋子里有 x 个黄球, 根据题意得 $\frac{x}{4+5+x} = \frac{1}{4}$. 解得 $x = 3$. 经检验, $x = 3$ 是分

式方程的解, 所以袋子里黄球的个数是 3.

(2) 任意摸出一个球是红色的概率为 $\frac{4}{4+5+3} = \frac{1}{3}$.

20. 解: (1) 正确, 理由: 当试验次数很大时可以用频率估计概率.

(2)不正确,理由:当试验次数不够大时,频率不一定接近概率.

21. 解: (1)补全表格如下:

甲 \ 乙 积	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	6	8
3	3	6	9	12

(2) $\frac{1}{12}$; $\frac{2}{3}$

(3)从 1~12 这 12 个整数中, 随机选取 1 个整数, 该数不是(1)中所填数字的有 5, 7,

10, 11, \therefore 所求的概率为 $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

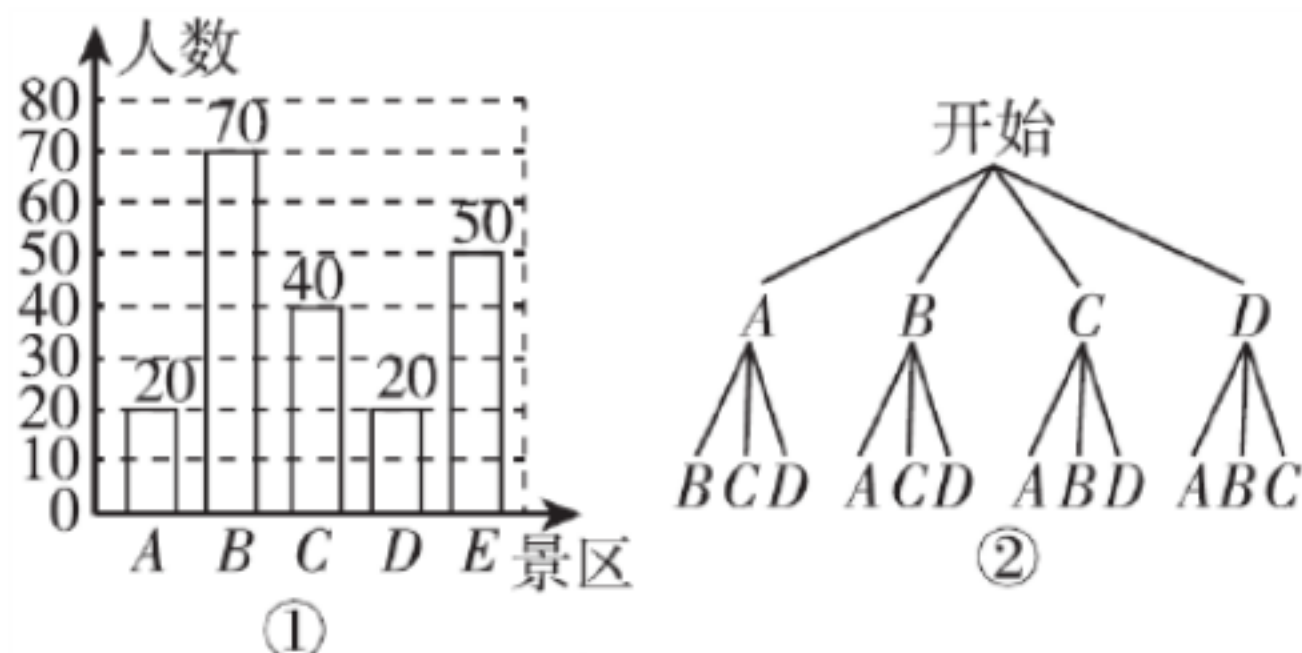
22. 解: (1)两次传球的所有结果有 4 种, 分别是 $A \rightarrow B \rightarrow C$, $A \rightarrow B \rightarrow A$, $A \rightarrow C \rightarrow B$, $A \rightarrow C \rightarrow A$, 每种结果发生的可能性相等, 球恰在 B 手中的结果只有 1 种, 所以两次传球后, 球恰在 B 手中的概率是 $\frac{1}{4}$.

(2)由树状图(如图)可知, 三次传球的所有结果有 8 种, 且每种结果发生的可能性相等. 其中, 三次传球后, 球恰在 A 手中的结果有 2 种, 所以三次传球后, 球恰在 A 手中的概率是 $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.



23. 解: (1)200; 35

补全条形统计图如图①所示.



(2)估计去 B 景区旅游的居民约有 $1\,200 \times 35\% = 420$ (人).

(3)画树状图如图②所示.

由树状图知, 共有 12 种等可能结果, 其中选到 A, C 两个景区的有 2 种结果, 所以选

到 A, C 两个景区的概率为 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

24. 解: (1)30; 0.250 (2)0.25

(3)这个游戏对双方是不公平的, 有利于乙方.

列表如下:

和 方块 \ 红桃	1	2	3
1	2	3	4
2	3	4	5
3	4	5	6

所有等可能的结果有 9 种, 其中甲方赢的结果有 2 种, 乙方赢的结果有 3 种,

$\therefore P(\text{甲方赢}) = \frac{2}{9}$, $P(\text{乙方赢}) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$, $\therefore P(\text{乙方赢}) \neq P(\text{甲方赢})$. \therefore 这个游戏对双方是不公平的, 有利于乙方.

第 3 章测试卷

一、选择题(每题 3 分, 共 30 分)

1. 如图, 将 $\triangle AOB$ 绕点 O 按逆时针方向旋转 60° 后得到 $\triangle COD$, 若 $\angle AOB = 15^\circ$, 则 $\angle AOD$ 的度数是()

A. 15° B. 60° C. 45° D. 75°



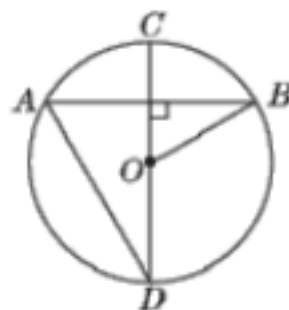
(第1题)



(第2题)



(第3题)



(第4题)

2. 如图, 已知 AB 和 CD 是 $\odot O$ 的两条直径, 连结 AD , BC , 则 α 和 β 的关系是()

- A. $\alpha = \beta$ B. $\beta > 2\alpha$ C. $\beta < 2\alpha$ D. $\beta = 2\alpha$

3. 如图, 要拧开一个边长为 6 mm 的正六边形螺帽, 扳手张开的开口 a 至少为()

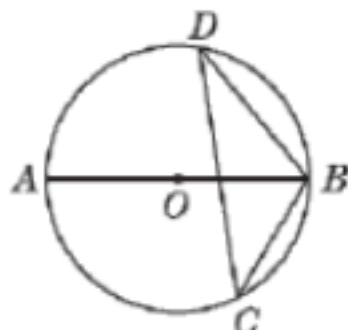
- A. $6\sqrt{2}\text{ mm}$ B. 12 mm C. $6\sqrt{3}\text{ mm}$ D. $4\sqrt{3}\text{ mm}$

4. 如图, 在 $\odot O$ 中, 直径 $CD \perp$ 弦 AB , 则下列结论中正确的是()

- A. $AD = AB$
B. $\angle BOC = 2\angle D$
C. $\angle D + \angle BOC = 90^\circ$
D. $\angle D = \angle B$

5. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C, D 为 $\odot O$ 上两点, 若 $\angle BCD = 40^\circ$, 则 $\angle ABD$ 的大小为()

- A. 60°
B. 50°
C. 40°
D. 20°



6. 点 A, B, C, D 分别是 $\odot O$ 上不同的四点, $\angle ABC = 65^\circ$, 则 $\angle ADC =$ ()

- A. 65° B. 115° C. 25° D. 65° 或 115°

7. 如图, 某厂生产横截面直径为 7 cm 的圆柱形罐头, 需将“蘑菇罐头”字样贴在罐头侧面. 为了获得较佳的视觉效果, 字样在罐头侧面所形成的弧的度数为 90° , 则“蘑菇罐头”字样的长度为()

- A. $\frac{\pi}{4}\text{ cm}$ B. $\frac{7\pi}{4}\text{ cm}$ C. $\frac{7\pi}{2}\text{ cm}$ D. $7\pi\text{ cm}$



(第7题)



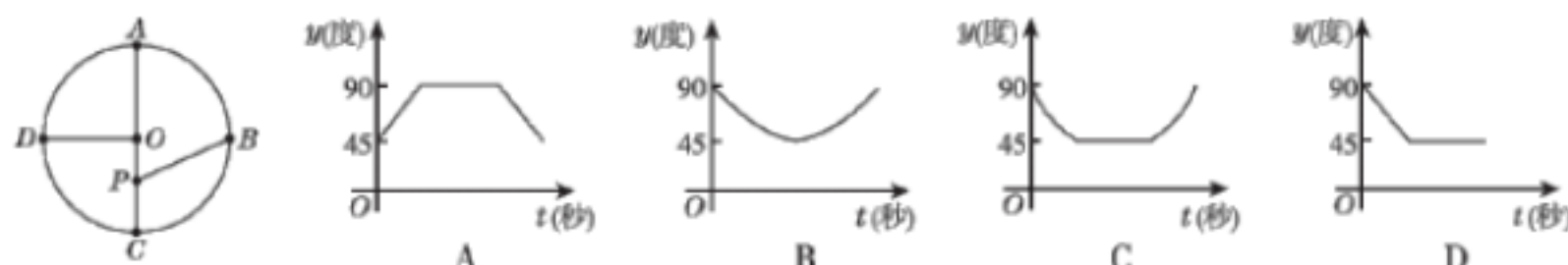
(第8题)

8. 如图, 在半径为 2 cm , 圆心角为 90° 的扇形 AOB 中, 分别以 OA, OB 为直径作半圆,

则图中阴影部分的面积为()

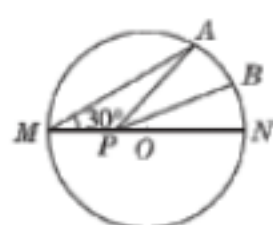
- A. $\left(\frac{\pi}{2}-1\right)\text{cm}^2$ B. $\left(\frac{\pi}{2}+1\right)\text{cm}^2$ C. 1cm^2 D. $\frac{\pi}{2}\text{cm}^2$

9. 如图, 已知点 A, B, C, D 为 $\odot O$ 的四等分点, 动点 P 从圆心 O 出发, 沿 $OC-\widehat{CD}-DO$ 的路线做匀速运动. 设运动时间为 t 秒, $\angle APB$ 的度数为 y 度, 则下列图象中表示 y (度) 与 t (秒) 之间的函数关系最恰当的是()



10. 如图, MN 是半径为 1 的 $\odot O$ 的直径, 点 A 在 $\odot O$ 上, $\angle AMN=30^\circ$, 点 B 为劣弧 AN 的中点, P 是直径 MN 上一动点, 则 $PA+PB$ 的最小值为()

- A. $\sqrt{2}$ B. 1 C. 2 D. $2\sqrt{2}$



(第10题)



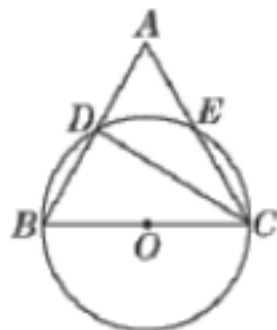
(第11题)



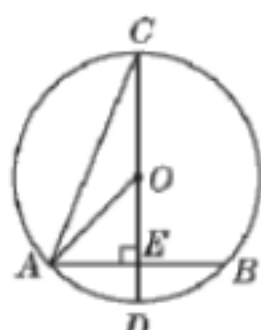
(第13题)

二、填空题(每题 3 分, 共 24 分)

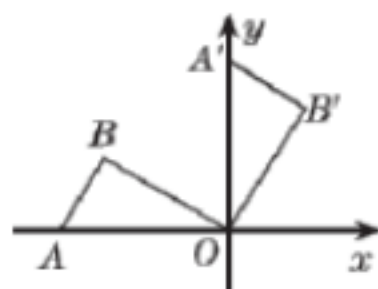
11. 如图, A, B, C 是 $\odot O$ 上的三点, $\angle AOB=100^\circ$, 则 $\angle ACB=$ _____ $^\circ$.
12. 同圆的内接正三角形与内接正方形的边长的比值是_____.
13. 如图, $\triangle ABC$ 为 $\odot O$ 的内接三角形, O 为圆心, $OD \perp AB$, 垂足为 D , $OE \perp AC$, 垂足为 E . 若 $DE=3$, 则 $BC=$ _____.
14. 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 以 BC 为直径作圆 O 分别交 AB, AC 于点 D, E , 若 $BC=1$, 则 $DC=$ _____.



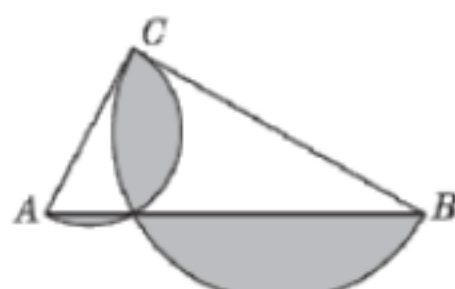
(第14题)



(第15题)



(第16题)



(第17题)

15. 如图, 已知 $\odot O$ 的直径 CD 垂直于弦 AB , 垂足为 E , $\angle AOD=45^\circ$, 若 $CD=6\text{cm}$, 则 AB 的长为_____.
16. 如图, 将放置于平面直角坐标系中的三角尺 AOB 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A'OB'$.

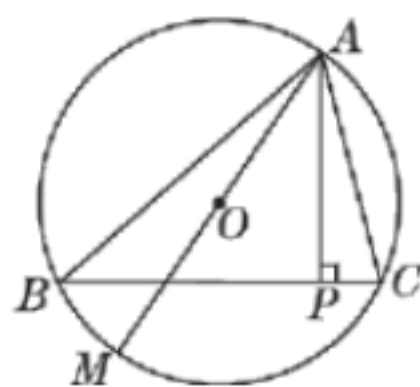
已知 $\angle AOB = 30^\circ$, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 1$, 则点 B' 的坐标是_____.

17. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 2$, $BC = 4$, 分别以 AC , BC 为直径作半圆, 则图中阴影部分的面积为_____.

18. 半径为 5 的 $\odot O$ 是锐角三角形 ABC 的外接圆, $AB = AC$, 连结 OB , OC , 延长 CO 交弦 AB 于点 D , 若 $\triangle OBD$ 是直角三角形, 则弦 BC 的长为_____.

三、解答题(19~21 题每题 10 分, 其余每题 12 分, 共 66 分)

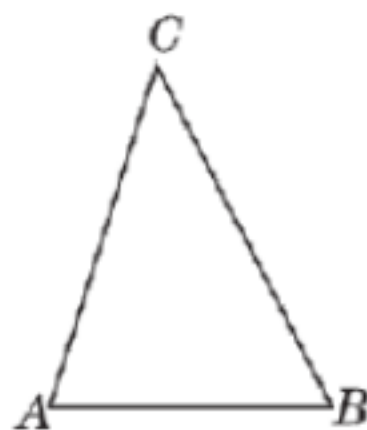
19. 如图, $\triangle ABC$ 的三个顶点都在 $\odot O$ 上, $AP \perp BC$ 于 P , AM 为 $\odot O$ 的直径. 求证: $\angle BAM = \angle CAP$.



20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 45^\circ$, $AB = 2$.

(1) 尺规作图(不写作法, 保留作图痕迹): 作 $\triangle ABC$ 的外接圆 $\odot O$;

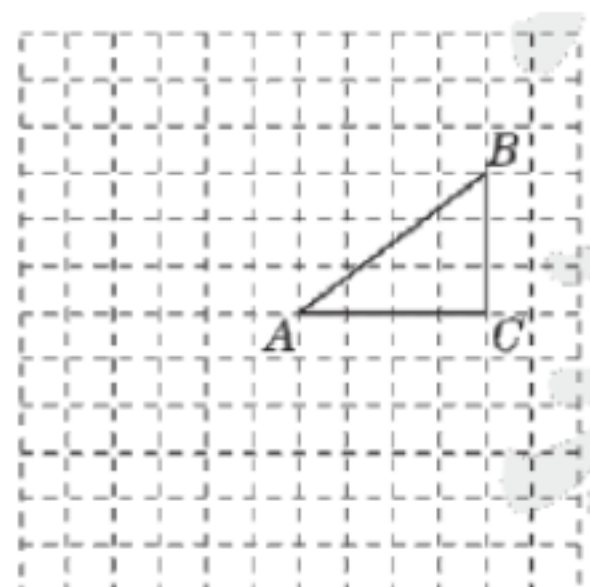
(2) 求 $\triangle ABC$ 的外接圆 $\odot O$ 的直径.



21. 如图，正方形网格中的每个小正方形的边长都是 1，每个小正方形的顶点叫做格点． $\triangle ABC$ 的三个顶点 A ， B ， C 都在格点上，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按顺时针方向旋转 90° 得到 $\triangle AB'C'$ ．

(1) 在正方形网格中，画出 $\triangle AB'C'$ ；

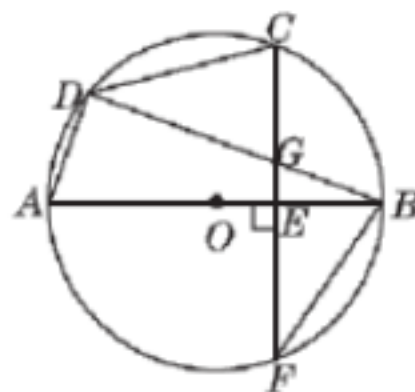
(2) 计算线段 AB 在变换到 AB' 的过程中扫过区域的面积．



22. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 为 \widehat{BD} 的中点， CF 为 $\odot O$ 的弦，且 $CF \perp AB$ ，垂足为 E ，连结 BD 交 CF 于点 G ，连结 CD ， AD ， BF ．

(1) 求证： $\triangle BFG \cong \triangle CDG$ ；

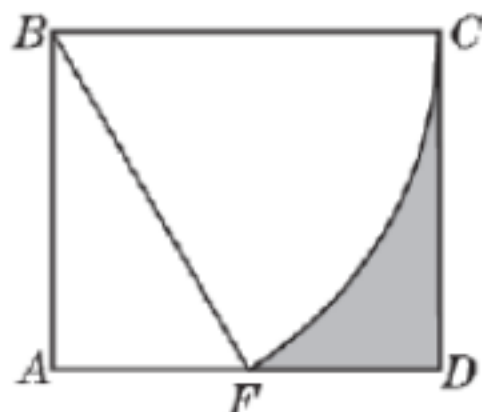
(2) 若 $AD = BE = 2$ ，求 BF 的长．



23. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AD=2$, 以 B 为圆心, BC 为半径画弧交 AD 于 F .

(1) 若 \widehat{CF} 的长为 $\frac{2}{3}\pi$, 求圆心角 $\angle CBF$ 的度数;

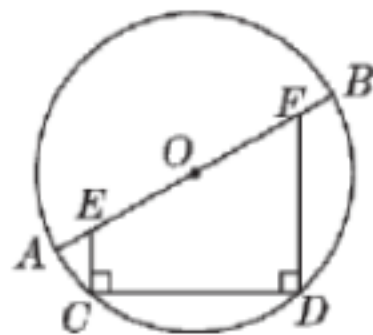
(2) 在(1)的条件下, 求图中阴影部分的面积. (结果保留根号及 π)



24. 如图, $\odot O$ 的直径 $AB=12$ cm, 有一条定长为 8 cm 的动弦 CD 在 \widehat{AB} 上滑动(点 C 不与 A, B 重合, 点 D 也不与 A, B 重合), 且 $CE \perp CD$ 交 AB 于点 E , $DF \perp CD$ 交 AB 于点 F .

(1) 求证: $AE=BF$;

(2) 在动弦 CD 滑动的过程中, 四边形 $CDFE$ 的面积是否为定值? 若是定值, 请给出证明, 并求出这个定值; 若不是, 请说明理由.



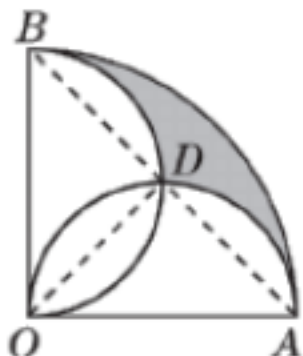
答案

一、1.C 2.D 3.C 4.B 5.B 6.D 7.B

8.A 点拨: \because 扇形 AOB 的圆心角为 90° , 半径为 2 cm , \therefore 扇形 AOB 的面积为 $\frac{90\pi \times 2^2}{360} = \pi(\text{cm}^2)$,

两个半圆形的面积均为 $\frac{1}{2} \times \pi \times 1^2 = \frac{\pi}{2}(\text{cm}^2)$.

如图, 连结 OD , BD , DA ,



易知 A , B , D 三点共线. 易得 $BD = OD = DA = \sqrt{2}\text{ cm}$, 且两个半圆形内的 4 个小弓形面积相等.

在半圆形 OA 中, $S_{\text{弓形}AD} = \frac{1}{2}(S_{\text{半圆形}OA} - S_{\triangle OAD}) = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)\text{cm}^2$, $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}AOB} - S_{\triangle AOB} -$

$$2S_{\text{弓形}AD} = \pi - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - 2 \times \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} - 1\right) = \frac{\pi}{2} - 1 (\text{cm}^2).$$

9. C 点拨: 当动点 P 在 OC 上运动时, $\angle APB$ 逐渐变小; 当动点 P 在 \widehat{CD} 上运动时, $\angle APB$ 不变; 当动点 P 在 DO 上运动时, $\angle APB$ 逐渐变大.

10. A

二、11. 50 12. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 13. 6 14. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

15. $3\sqrt{2}\text{ cm}$

16. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}\right)$ 点拨: 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, 由 $\angle AOB = 30^\circ$, 易得 $OA = 2AB = 2$. 过点 B 作 $BD \perp$

OA 于点 D , 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, 易得 $AD = \frac{1}{2}$, $BD = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\therefore OD = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$, \therefore 点 B 的坐标

是 $\left(-\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. 由三角尺 AOB 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A'OB'$, 易得点 B' 的坐标是

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}\right).$$

17. $\frac{5}{2}\pi - 4$

18. $5\sqrt{3}$ 或 $5\sqrt{2}$ 点拨: 分情况讨论: 如图①, 当 $\angle ODB = 90^\circ$, 即 $CD \perp AB$ 时,

可得 $AD=BD$, $\therefore CD$ 垂直平分 AB ,

$\therefore AC=BC$.

又 $\because AB=AC$, $\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形.

易得 $\angle DBO=30^\circ$.

由 $OB=5$,

易得 $BD=\frac{\sqrt{3}}{2}OB=\frac{5\sqrt{3}}{2}$,

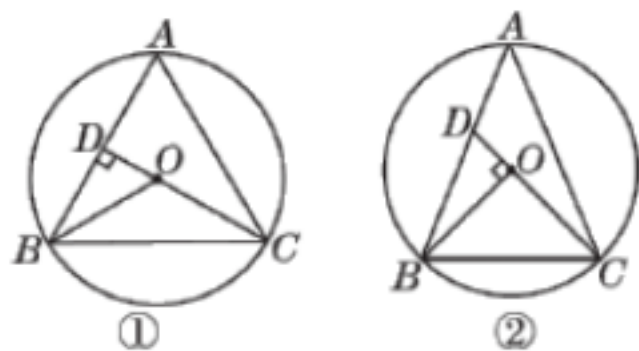
$\therefore BC=AB=2BD=5\sqrt{3}$.

如图②, 当 $\angle DOB=90^\circ$ 时,

可得 $\angle BOC=90^\circ$, 又 $OB=OC$,

$\therefore \triangle BOC$ 是等腰直角三角形.

$\therefore BC=\sqrt{2}OB=5\sqrt{2}$.



三、19. 证明: 连结 BM . $\because AP \perp BC$,

$\therefore \angle CAP=90^\circ-\angle C$.

$\because AM$ 为 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ABM=90^\circ$,

$\therefore \angle BAM=90^\circ-\angle M$.

又 $\because \angle M=\angle C$,

$\therefore \angle BAM=\angle CAP$.

20. 解: (1)作图略.

(2)作直径 AD , 连结 BD .

$\because AD$ 是直径, $\therefore \angle ABD=90^\circ$.

$\because \angle D=\angle C=45^\circ$, $\therefore AB=BD=2$.

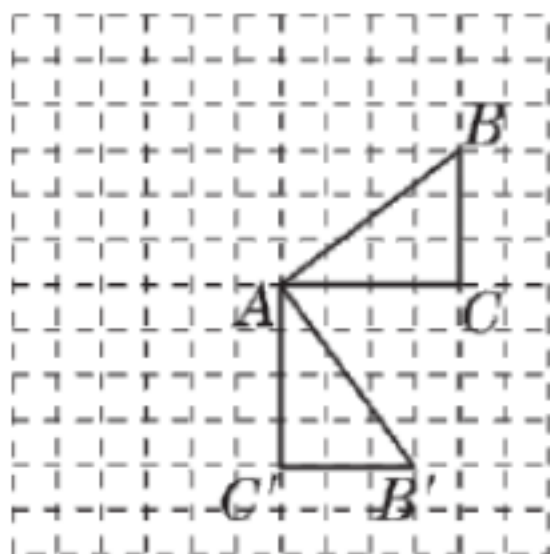
$\therefore AD=\sqrt{AB^2+BD^2}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$, 即 $\triangle ABC$ 的外接圆 $\odot O$ 的直径为 $2\sqrt{2}$.

21. 解: (1) $\triangle AB'C'$ 如图所示.

(2)根据网格图, 可知 $AB=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

易知线段 AB 在变换到 AB' 的过程中, 扫过区域为圆心角为 90° , 半径为 5 的扇形, 其

$$\text{面积 } S = \frac{90}{360}\pi \cdot 52 = \frac{25}{4}\pi.$$



22. (1)证明: $\because C$ 是 \widehat{BD} 的中点, $\therefore \widehat{CD} = \widehat{BC}$.

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, 且 $CF \perp AB$,

$\therefore \widehat{BC} = \widehat{BF}$, $\therefore \widehat{CD} = \widehat{BF}$, $\therefore CD = BF$.

在 $\triangle BFG$ 和 $\triangle CDG$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle F = \angle CDG, \\ \angle FGB = \angle DGC, \\ BF = CD, \end{cases}$$

$\therefore \triangle BFG \cong \triangle CDG (AAS)$.

(2)解: 连结 OF , 设 $\odot O$ 的半径为 r ,

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$.

$\therefore BD^2 = AB^2 - AD^2$, 即 $BD^2 = (2r)^2 - 22$.

在 $\text{Rt}\triangle OEF$ 中, $OF^2 = OE^2 + EF^2$,

即 $EF^2 = r^2 - (r-2)^2$.

由(1)知 $\widehat{CD} = \widehat{BC} = \widehat{BF}$, $\therefore \widehat{BD} = \widehat{CF}$,

$\therefore BD = CF$, 易得 $EF = CE$,

$\therefore BD^2 = CF^2 = (2EF)^2 = 4EF^2$,

即 $(2r)^2 - 22 = 4[r^2 - (r-2)^2]$,

解得 $r = 1$ (舍去) 或 $r = 3$,

$\therefore BF^2 = EF^2 + BE^2 = 3^2 - (3-2)^2 + 2^2 = 12$,

$\therefore BF = 2\sqrt{3}$.

23. 解: (1) 设 $\angle CBF = n^\circ$,

$\because \widehat{CF}$ 的长为 $\frac{2}{3}\pi$, 半径 $R=BC=AD=2$,

$$\therefore \frac{n\pi \times 2}{180} = \frac{2}{3}\pi, \therefore n=60,$$

即 $\angle CBF$ 的度数为 60° .

(2) $\because \angle CBF=60^\circ$, 且四边形 $ABCD$ 为矩形, $\therefore \angle ABF=30^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中, 易得 $AF=\frac{1}{2}BF=\frac{1}{2}AD=1$,

$$\therefore AB=\sqrt{BF^2-AF^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}.$$

$$\text{易得 } S_{\text{扇形 } CBF} = \frac{60 \times \pi \times 2^2}{360} = \frac{2}{3}\pi,$$

$$S_{\text{矩形 } ABCD} = AD \cdot AB = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3},$$

$$S_{\triangle ABF} = \frac{1}{2}AF \cdot AB = \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{矩形 } ABCD} - (S_{\text{扇形 } CBF} + S_{\triangle ABF}) = 2\sqrt{3} - \left(\frac{2}{3}\pi + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{2}{3}\pi.$$

24. (1) 证明: 过点 O 作 $OH \perp CD$ 于点 H , 易得 H 为 CD 的中点.

$\because CE \perp CD, DF \perp CD, \therefore EC \parallel OH \parallel FD$,

易得 O 为 EF 的中点, 即 $OE=OF$.

又 $\because OA=OB$,

$\therefore AE=OA-OE=OB-OF=BF$, 即 $AE=BF$.

(2) 解: 四边形 $CDFE$ 的面积为定值. 证明如下: \because 动弦 CD 在滑动的过程中, 条件 $EC \perp CD, FD \perp CD$ 不变, $\therefore CE \parallel DF$ 不变. 由此可知, 四边形 $CDFE$ 为直角梯形或矩形,

易得 $S_{\text{四边形 } CDFE} = OH \cdot CD$. 连结 OC , 由勾股定理得 $OH = \sqrt{OC^2 - CH^2} = \sqrt{\left(\frac{12}{2}\right)^2 - \left(\frac{8}{2}\right)^2} =$

$2\sqrt{5}(\text{cm})$. 又 $\because CD=8 \text{ cm}$, $\therefore S_{\text{四边形 } CDFE} = OH \cdot CD = 2\sqrt{5} \times 8 = 16\sqrt{5}(\text{cm}^2)$, 是常数. 综上,

四边形 $CDFE$ 的面积为定值, 为 $16\sqrt{5}\text{cm}^2$.

第4章测试卷

一、选择题(每题3分,共30分)

1. 若 $\frac{m+n}{n} = \frac{5}{2}$, 则 $\frac{m}{n}$ 等于()

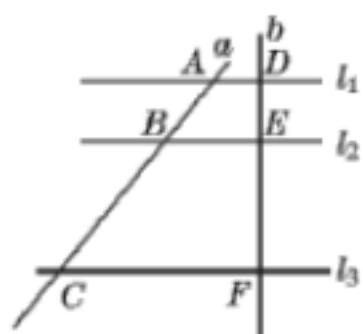
- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{2}$

2. 若两个相似多边形的面积之比为 $1:4$, 则它们的周长之比为()

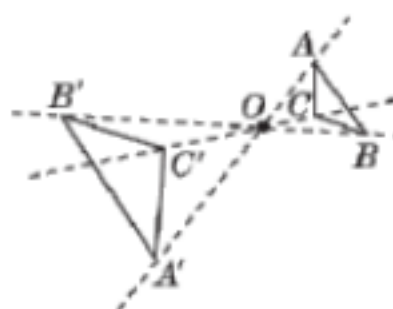
A. 1: 4 B. 1: 2 C. 2: 1 D. 4: 1

3. 如图, $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 直线 a, b 与 l_1, l_2, l_3 分别相交于点 A, B, C 和点 D, E, F . 若 $AB=3, DE=2, BC=6$, 则 $EF=(\quad)$

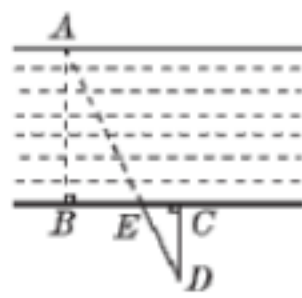
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5



(第3题)



(第5题)



(第6题)

4. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, $AB=8, A'B'=6$, 则 $\frac{BC}{B'C'}=(\quad)$

A. 2 B. $\frac{4}{3}$ C. 3 D. $\frac{16}{9}$

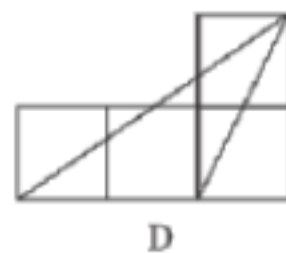
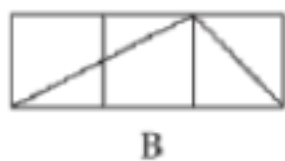
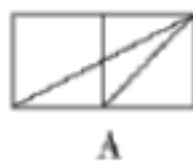
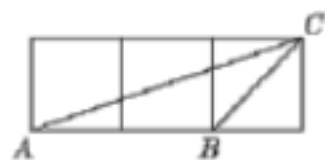
5. 如图, 以点 O 为位似中心, 把 $\triangle ABC$ 放大为原图形的 2 倍得到 $\triangle A'B'C'$, 以下说法中错误的是()

A. $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ B. 点 C 、点 O 、点 C' 在同一直线上
C. $AO:AA'=1:2$ D. $AB \parallel A'B'$

6. 如图, 为估算某河的宽度(河两岸平行), 在河对岸选定一个目标点 A , 在近岸取点 B, C, D , 使得 $AB \perp BC, CD \perp BC$, 点 E 在 BC 上, 并且点 A, E, D 在同一条直线上, 若测得 $BE=20\text{ m}, CE=10\text{ m}, CD=20\text{ m}$, 则河的宽度 AB 等于()

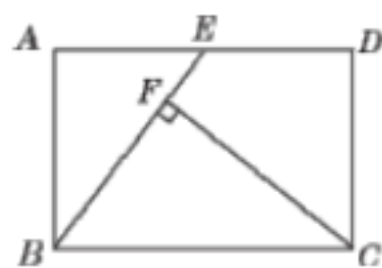
A. 60 m B. 40 m C. 30 m D. 20 m

7. 如图, 小正方形的边长均为 1, 则下列选项中的三角形与 $\triangle ABC$ 相似的是()



8. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=2, BC=3$, 点 E 是 AD 的中点, $CF \perp BE$ 于点 F , 则 CF 等于()

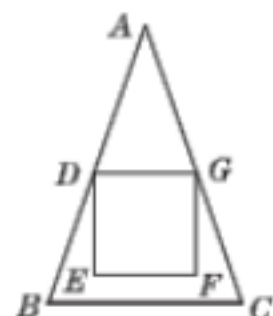
A. 2 B. 2.4
C. 2.5 D. 2.25



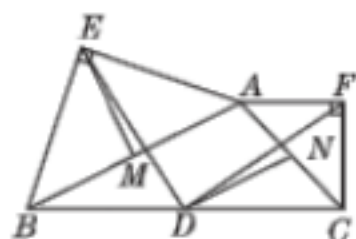
9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=18, BC=12$, 正方形 $DEFG$ 的顶点 $E,$

F 在 $\triangle ABC$ 内, 顶点 D, G 分别在 AB, AC 上, $AD=AG, DG=6$, 则点 F 到 BC 的距离为()

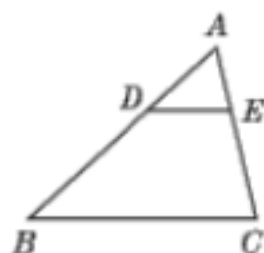
- A. 1 B. 2 C. $12\sqrt{2}-6$ D. $6\sqrt{2}-6$



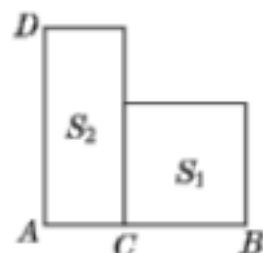
(第9题)



(第10题)



(第12题)



(第13题)

10. 如图, 在钝角三角形 ABC 中, 分别以 AB 和 AC 为斜边向 $\triangle ABC$ 的外侧作等腰直角三角形 ABE 和等腰直角三角形 ACF , EM 平分 $\angle AEB$ 交 AB 于点 M , 取 BC 的中点 D , AC 的中点 N , 连结 DN, DE, DF . 下列结论: ① $EM=DN$; ② $S_{\triangle CND} = \frac{1}{3} S_{\text{四边形} EBDN}$; ③ $DE=DF$; ④ $DE \perp DF$. 其中正确结论的个数为()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

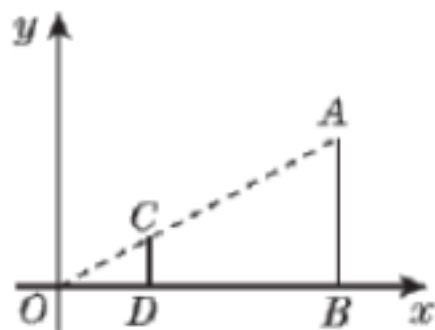
二、填空题(每题 3 分, 共 24 分)

11. 已知 $\frac{b}{a} = \frac{7}{13}$, 则 $\frac{a}{a+b} =$ _____.

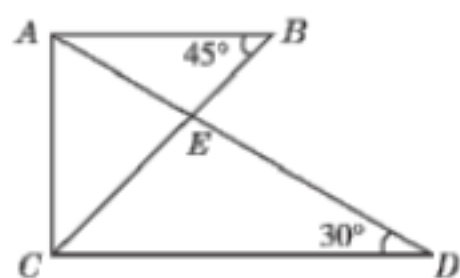
12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $DE \parallel BC, AD=2, BD=4, DE=1.5$, 则 BC 的长为_____.

13. 如图, 已知点 C 是线段 AB 的黄金分割点, 且 $BC > AC$. 若 S_1 表示以 BC 为边的正方形的面积, S_2 表示长为 $AD(AD=AB)$ 、宽为 AC 的矩形的面积, 则 S_1 与 S_2 的大小关系为_____.

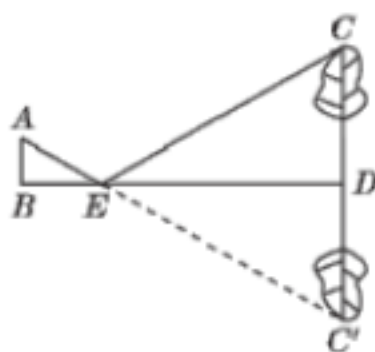
14. 如图, 在平面直角坐标系中, 有点 $A(6, 3), B(6, 0)$, 以原点 O 为位似中心, 位似比为 $\frac{1}{3}$, 在第一象限内把线段 AB 缩小后得到 CD , 则点 C 的坐标为_____.



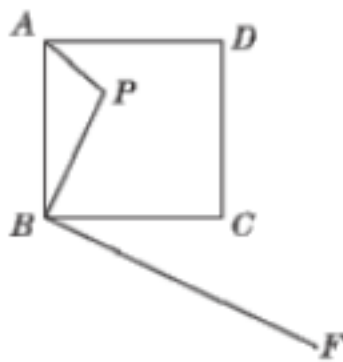
15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ, \angle B=45^\circ$, 在 $\triangle ACD$ 中, $\angle ACD=90^\circ, \angle D=30^\circ$, 则 $\frac{BE}{EC}$ 的值是_____.



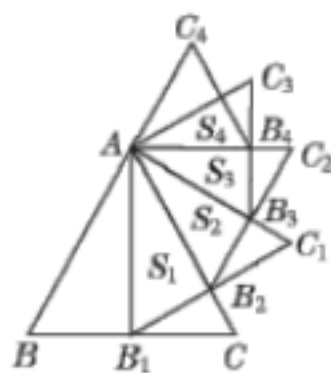
(第15题)



(第16题)



(第17题)

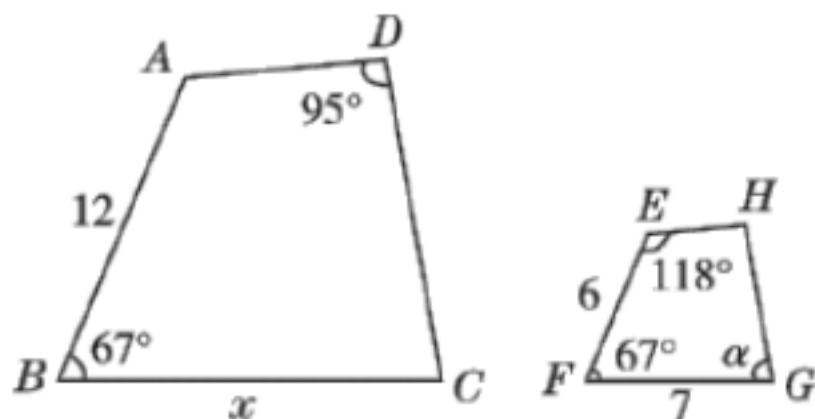


(第18题)

16. 如图, 身高为 1.7 m 的小明 AB 站在河的一岸, 利用树的倒影去测量河对岸一棵树 CD 的高度, CD 在水中的倒影为 $C'D$, A, E, C' 在一条直线上. 已知河 BD 的宽度为 12 m, $BE=3$ m, 则树 CD 的高度为_____.
17. 如图, 已知点 P 是边长为 4 的正方形 $ABCD$ 内一点, 且 $PB=3$, $BF \perp BP$, 垂足是 B , 若在射线 BF 上找一点 M , 使以点 B, M, C 为顶点的三角形与 $\triangle ABP$ 相似, 则 BM 的长为_____.
18. 如图, 正三角形 ABC 的边长为 2, 以 BC 边上的高 AB_1 为边作正三角形 AB_1C_1 , $\triangle ABC$ 与 $\triangle AB_1C_1$ 公共部分的面积记为 S_1 , 再以正三角形 AB_1C_1 边 B_1C_1 上的高 AB_2 为边作正三角形 AB_2C_2 , $\triangle AB_1C_1$ 与 $\triangle AB_2C_2$ 公共部分的面积记为 S_2以此类推, 则 $S_n =$ _____.(用含 n 的式子表示)

三、解答题(19, 21 题每题 8 分, 24 题 14 分, 其余每题 12 分, 共 66 分)

19. 如图, 四边形 $ABCD \sim$ 四边形 $EFGH$, 试求出 x 及 α 的大小.



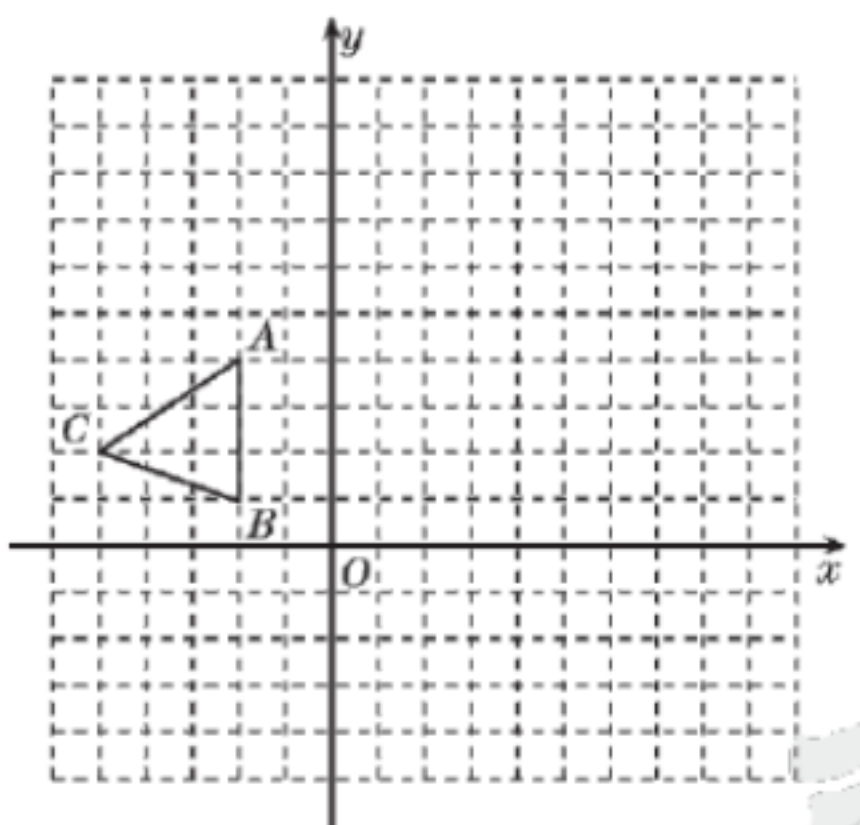
20. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(-2, 4)$, $B(-2,$

1), $C(-5, 2)$.

(1)请画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2)将 $\triangle A_1B_1C_1$ 的三个顶点的横坐标与纵坐标同时乘 -2 , 得到对应的点 A_2, B_2, C_2 , 请画出 $\triangle A_2B_2C_2$;

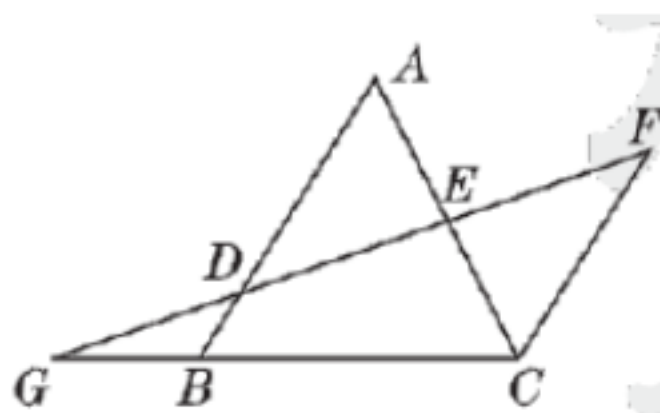
(3)求 $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 的面积比. (不写解答过程, 直接写出结果)



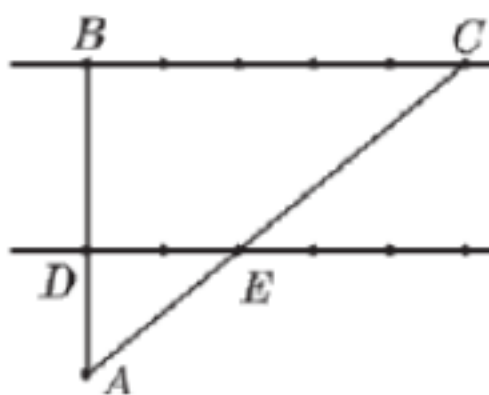
21. 如图, $AB \parallel FC$, D 是 AB 上一点, DF 交 AC 于点 E , $DE = FE$, 分别延长 FD 和 CB 交于点 G .

(1)求证: $\triangle ADE \cong \triangle CFE$;

(2)若 $GB = 2$, $BC = 4$, $BD = 1$, 求 AB 的长.

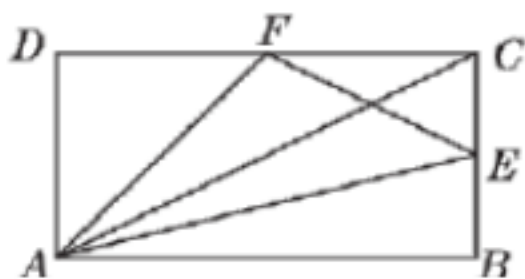


22. 如图, 一条河的两岸 BC 与 DE 互相平行, 两岸各有一排景观灯(图中黑点代表景观灯), 每排相邻两个景观灯的间隔都是 10 m , 在与河岸 DE 的距离为 16 m 的 A 处($AD \perp DE$)看对岸 BC , 看到对岸 BC 上的两个景观灯的灯杆恰好被河岸 DE 上两个景观灯的灯杆遮住. 河岸 DE 上的这两个景观灯之间有 1 个景观灯, 河岸 BC 上被遮住的两个景观灯之间有 4 个景观灯, 求这条河的宽度.



23. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 已知 $AB=24$, $BC=12$, 点 E 沿 BC 边从点 B 开始向点 C 以每秒 2 个单位长度的速度运动; 点 F 沿 CD 边从点 C 开始向点 D 以每秒 4 个单位长度的速度运动. 如果 E, F 同时出发, 用 $t(0 \leq t \leq 6)$ 秒表示运动的时间. 请解答下列问题:

- (1) 当 t 为何值时, $\triangle CEF$ 是等腰直角三角形?
- (2) 当 t 为何值时, 以点 E, C, F 为顶点的三角形与 $\triangle ACD$ 相似?

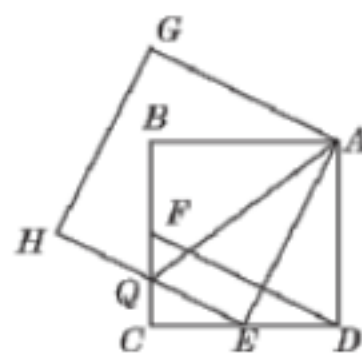


24. 如图, E, F 分别是正方形 $ABCD$ 的边 DC, CB 上的点, 且 $DE=CF$, 以 AE 为边作正方形 $AEHG$, HE 与 BC 交于点 Q , 连结 DF .

(1)求证: $\triangle ADE \cong \triangle DCF$.

(2)若 E 是 CD 的中点, 求证: Q 为 CF 的中点.

(3) 连结 AQ , 设 $S_{\triangle CEQ} = S_1$, $S_{\triangle AED} = S_2$, $S_{\triangle EAQ} = S_3$, 在(2)的条件下, 判断 $S_1 + S_2 = S_3$ 是否成立? 并说明理由.



答案

一、1. D 2. B 3. C 4. B 5. C

6. B 点拨: $\because AB \perp BC, CD \perp BC,$

$$\therefore \angle ABC = \angle DCE = 90^\circ.$$

又 $\because \angle AEB = \angle DEC,$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DCE.$$

$$\therefore \frac{AB}{DC} = \frac{BE}{CE}, \text{ 即 } \frac{AB}{20} = \frac{20}{10} \therefore AB = 40 \text{ m}.$$

7. A 8. B

9. D 点拨: 如图, 过点 A 作 $AM \perp BC$ 于点 M , 交 DG 于点 N , 延长 GF 交 BC 于点 H .

$$\because AB = AC, AD = AG,$$

$$\therefore AD : AB = AG : AC.$$

又 $\because \angle BAC = \angle DAG, \therefore \triangle ADG \sim \triangle ABC.$

$$\therefore \angle ADG = \angle B. \therefore DG \parallel BC.$$

$$\therefore AN \perp DG.$$

\because 四边形 $DEFG$ 是正方形,

$$\therefore FG \perp DG. \therefore FH \perp BC.$$

$$\because AB = AC = 18, BC = 12,$$

$$\therefore BM = \frac{1}{2}BC = 6.$$

$$\therefore AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = 12\sqrt{2}.$$

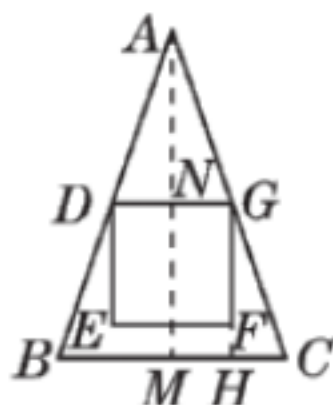
$$\because \frac{AN}{AM} = \frac{DG}{BC}, \text{ 即 } \frac{AN}{12\sqrt{2}} = \frac{6}{12},$$

$$\therefore AN = 6\sqrt{2}. \therefore MN = AM - AN = 6\sqrt{2}.$$

易得四边形 $GHMN$ 为矩形,

$$\therefore GH = MN = 6\sqrt{2}.$$

$$\therefore FH = GH - GF = 6\sqrt{2} - 6. \text{ 故选 } D.$$



10. D 点拨: $\because \triangle ABE$ 是等腰直角三角形, EM 平分 $\angle AEB$, $\therefore EM$ 是 AB 边上的中线. \therefore

$$EM = \frac{1}{2}AB.$$

∵ 点 D , 点 N 分别是 BC , AC 的中点,

∴ DN 是 $\triangle ABC$ 的中位线. ∴ $DN = \frac{1}{2}AB$, $DN \parallel AB$. ∴ $EM = DN$. ① 正确.

∵ $DN \parallel AB$, ∴ $\triangle CDN \sim \triangle CBA$.

$$\therefore \frac{S_{\triangle CND}}{S_{\triangle CAB}} = \left(\frac{DN}{AB}\right)^2 = \frac{1}{4}.$$

∴ $S_{\triangle CND} = \frac{1}{3}S_{\text{四边形}BDN}$. ② 正确.

如图, 连结 DM , FN , 则 DM 是 $\triangle ABC$ 的中位线, ∴ $DM = \frac{1}{2}AC$, $DM \parallel AC$.

∴ 四边形 $AMDN$ 是平行四边形.

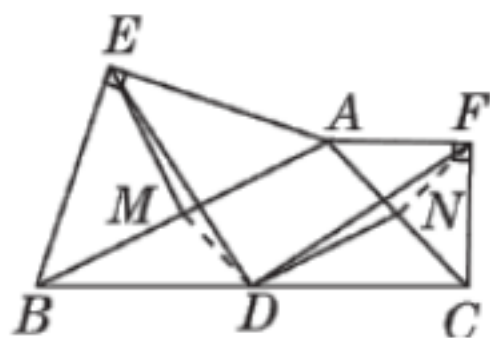
∴ $\angle AMD = \angle AND$.

易知 $\angle ANF = 90^\circ$, $\angle AME = 90^\circ$,

∴ $\angle EMD = \angle DNF$.

∵ FN 是 AC 边上的中线,

∴ $FN = \frac{1}{2}AC$. ∴ $DM = FN$.



又 ∵ $EM = DN$,

∴ $\triangle DEM \cong \triangle FDN$.

∴ $DE = DF$, $\angle FDN = \angle DEM$. ③ 正确.

∵ $\angle MDN + \angle AMD = 180^\circ$,

∴ $\angle EDF = \angle MDN - (\angle EDM + \angle FDN) = 180^\circ - \angle AMD - (\angle EDM + \angle DEM) = 180^\circ - (\angle AMD + \angle EDM + \angle DEM) = 180^\circ - (180^\circ - \angle AME) = 180^\circ - (180^\circ - 90^\circ) = 90^\circ$.

∴ $DE \perp DF$. ④ 正确. 故选 D .

二、11. $\frac{13}{20}$ 点拨: ∵ $\frac{b}{a} = \frac{7}{13}$,

∴ 设 $a = 13x$, $b = 7x$,

$$\text{则 } \frac{a}{a+b} = \frac{13x}{13x+7x} = \frac{13}{20}.$$

12. 4.5

13. $S_1 = S_2$

14. (2, 1)

$$15. \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$16. 5.1 \text{ m} \quad 17. \frac{16}{3} \text{ 或 } 3$$

$$18. \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^n \quad \text{点拨: 在正三角形 } ABC \text{ 中, } AB_1 \perp BC,$$

$$\therefore BB_1 = \frac{1}{2}BC = 1.$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABB_1 \text{ 中, } AB_1 = \sqrt{AB^2 - BB_1^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3},$$

$$\text{根据题意可得 } \triangle AB_2B_1 \sim \triangle AB_1B,$$

$$\text{记 } \triangle AB_1B \text{ 的面积为 } S,$$

$$\therefore \frac{S_1}{S} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2.$$

$$\therefore S_1 = \frac{3}{4}S. \text{ 同理可得 } S_2 = \frac{3}{4}S_1,$$

$$S_3 = \frac{3}{4}S_2, \quad S_4 = \frac{3}{4}S_3, \quad \dots$$

$$\text{又 } \because S = \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore S_1 = \frac{3}{4}S = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{3}{4},$$

$$S_2 = \frac{3}{4}S_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^2,$$

$$S_3 = \frac{3}{4}S_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^3,$$

$$S_4 = \frac{3}{4}S_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^4, \quad \dots,$$

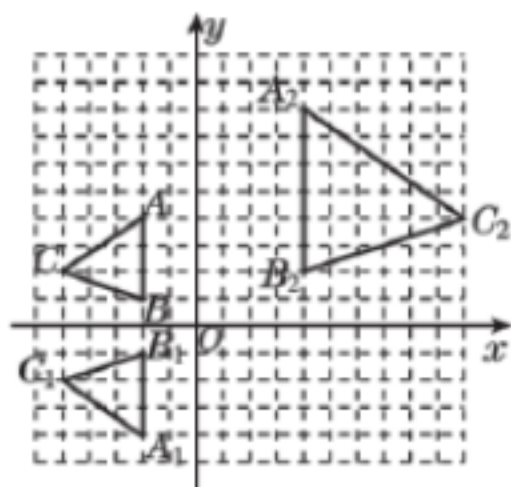
$$S_n = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^n.$$

三、19. 解: 因为四边形 $ABCD \sim$ 四边形 $EFGH$, 所以 $\angle H = \angle D = 95^\circ$, 则 $\alpha = 360^\circ - 95^\circ - 118^\circ - 67^\circ = 80^\circ$. 再由 $x : 7 = 12 : 6$, 解得 $x = 14$.

20. 解: (1) 如图, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.

(2) 如图, $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求.

$$(3) S_{\triangle A_1B_1C_1} : S_{\triangle A_2B_2C_2} = 1 : 4.$$



21. (1)证明: $\because AB \parallel FC, \therefore \angle A = \angle ECF$.

又 $\because \angle AED = \angle CEF$, 且 $DE = FE$,

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CFE$.

(2)解: 方法一: $\because AB \parallel FC$,

$\therefore \triangle GBD \sim \triangle GCF. \therefore \frac{GB}{GC} = \frac{BD}{CF}$.

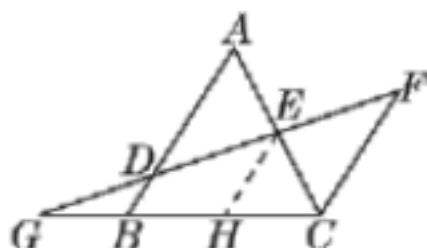
$\therefore \frac{2}{2+4} = \frac{1}{CF}. \therefore CF = 3$.

由(1)得 $\triangle ADE \cong \triangle CFE$,

$\therefore AD = CF = 3$,

$\therefore AB = AD + BD = 3 + 1 = 4$.

方法二: 如图, 取 BC 的中点 H , 连结 $EH. \because \triangle ADE \cong \triangle CFE$,



$\therefore AE = CE. \therefore EH$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线.

$\therefore EH \parallel AB$, 且 $EH = \frac{1}{2}AB$.

$\therefore \triangle GBD \sim \triangle GHE$.

$\therefore \frac{DB}{EH} = \frac{GB}{GH}. \therefore \frac{1}{EH} = \frac{2}{2+2}$.

$\therefore EH = 2. \therefore AB = 2EH = 4$.

22. 解: 由题意可得 $DE \parallel BC$,

所以 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.

所以 $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$, 即 $\frac{AD}{AD+DB} = \frac{DE}{BC}$.

因为 $AD = 16$ m, $BC = 50$ m, $DE = 20$ m,

$$\text{所以 } \frac{16}{16+DB} = \frac{20}{50}.$$

所以 $DB=24$ m.

所以这条河的宽度为 24 m.

23. 解: (1)由题意可知 $BE=2t$, $CF=4t$, $CE=12-2t$.

因为 $\triangle CEF$ 是等腰直角三角形, $\angle ECF$ 是直角, 所以 $CE=CF$.

所以 $12-2t=4t$, 解得 $t=2$.

所以当 $t=2$ 时, $\triangle CEF$ 是等腰直角三角形.

(2)根据题意, 可分为两种情况:

$$\text{①若 } \triangle EFC \sim \triangle ACD, \text{ 则 } \frac{EC}{AD} = \frac{FC}{CD},$$

$$\text{所以 } \frac{12-2t}{12} = \frac{4t}{24}, \text{ 解得 } t=3,$$

即当 $t=3$ 时, $\triangle EFC \sim \triangle ACD$.

$$\text{②若 } \triangle FEC \sim \triangle ACD, \text{ 则 } \frac{FC}{AD} = \frac{EC}{CD},$$

$$\text{所以 } \frac{4t}{12} = \frac{12-2t}{24}, \text{ 解得 } t=1.2,$$

即当 $t=1.2$ 时, $\triangle FEC \sim \triangle ACD$.

因此, 当 t 为 3 或 1.2 时, 以点 E , C , F 为顶点的三角形与 $\triangle ACD$ 相似.

24. (1)证明: 因为 $AD=DC$,

$$\angle ADE = \angle DCF = 90^\circ, DE = CF,$$

所以 $\triangle ADE \cong \triangle DCF$.

(2)证明: 因为四边形 $AEHG$ 是正方形, 所以 $\angle AEH = 90^\circ$.

$$\text{所以 } \angle QEC + \angle AED = 90^\circ.$$

$$\text{又因为 } \angle AED + \angle EAD = 90^\circ,$$

$$\text{所以 } \angle QEC = \angle EAD.$$

$$\text{因为 } \angle C = \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\text{所以 } \triangle ECQ \sim \triangle ADE. \text{ 所以 } \frac{CQ}{DE} = \frac{EC}{AD}.$$

$$\text{因为 } E \text{ 是 } CD \text{ 的中点, 所以 } EC = DE = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}AD. \text{ 所以 } \frac{EC}{AD} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{因为 } DE = CF, \text{ 所以 } \frac{CQ}{DE} = \frac{CQ}{CF} = \frac{1}{2}.$$

即 Q 是 CF 的中点.

(3)解: $S_1 + S_2 = S_3$ 成立.

理由如下: 因为 $\triangle ECQ \sim \triangle ADE$,

所以 $\frac{CQ}{DE} = \frac{QE}{AE}$. 所以 $\frac{CQ}{CE} = \frac{QE}{AE}$.

因为 $\angle C = \angle AEQ = 90^\circ$,

所以 $\triangle ECQ \sim \triangle AEQ$.

所以 $\triangle AEQ \sim \triangle ECQ \sim \triangle ADE$.

所以 $\frac{S_1}{S_3} = \left(\frac{EQ}{AQ}\right)^2$, $\frac{S_2}{S_3} = \left(\frac{AE}{AQ}\right)^2$.

所以 $\frac{S_1}{S_3} + \frac{S_2}{S_3} = \left(\frac{EQ}{AQ}\right)^2 + \left(\frac{AE}{AQ}\right)^2 = \frac{EQ^2 + AE^2}{AQ^2}$.

在 $\text{Rt}\triangle AEQ$ 中, 由勾股定理, 得 $EQ^2 + AE^2 = AQ^2$,

所以 $\frac{S_1}{S_3} + \frac{S_2}{S_3} = 1$, 即 $S_1 + S_2 = S_3$.

VV99.net

免费文档下载