

学校_____姓名_____准考证号_____

- | | |
|---|---|
| 注 | 1.本试卷共 8 页，共两部分，28 道题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。 |
| 意 | 2.在试卷和答题纸上准确填写学校名称、姓名和准考证号。 |
| 事 | 3.试题答案一律填涂或书写在答题纸上，在试卷上作答无效。 |
| 项 | 4.在答题纸上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他题用黑色字迹签字笔作答。 |

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1.一元二次方程 $2x^2 - x - 3 = 0$ 的二次项系数、一次项系数和常数项分别是

- A. 2, 1, 3 B. 2, 1, -3 C. 2, -1, -3 D. 2, -1, 3

2.铜镜是中国古代艺术的灿烂瑰宝。下列铜镜图案中，是中心对称图形的是



A



B



C



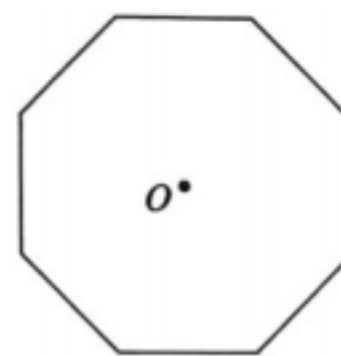
D

3.将抛物线 $y = 2x^2$ 向下平移 1 个单位长度，得到的抛物线是

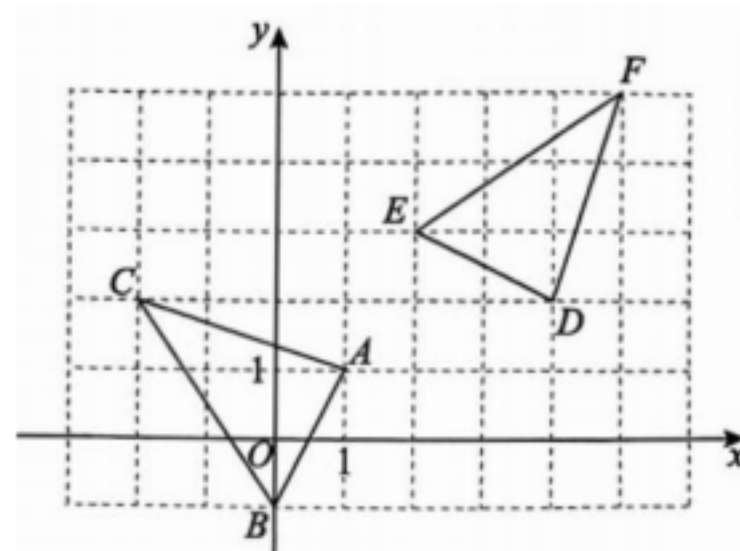
- A.
- $y = 2(x+1)^2$
- B.
- $y = 2(x-1)^2$
- C.
- $y = 2x^2 + 1$
- D.
- $y = 2x^2 - 1$

4.物理学家巧妙地使用可旋转的正八面棱镜来测量光速，这种棱镜的底面是一个正八边形（如图所示），该正八边形绕其中心 O 旋转 n° 后能与自身重合，那么 n 的值可能是

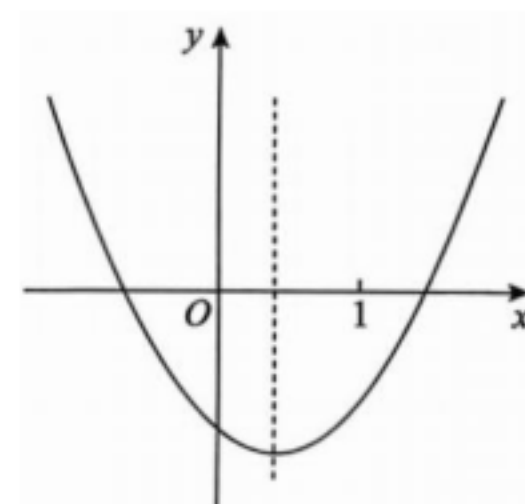
- A. 22.5 B. 30
-
- C. 45 D. 60

5.如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A, B, C, D, E, F 的横、纵坐标均为整数， $\triangle DEF$ 可由 $\triangle ABC$ 绕点 M 旋转得到，则点 M 的坐标是

- A. (3, 0)
-
- B. (0, 3)
-
- C. (2, 2)
-
- D. (3, 2)



6.已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象如图所示，则下列说法正确的是



A. $a < 0$

B. $ac > 0$

C. $-\frac{b}{2a} > 1$

D. $b^2 - 4ac > 0$

7.随着科技的飞速发展，新能源汽车越来越多地走进人们的生活。北京市新能源汽车保有量从 2022 年的 61.7 万辆到 2024 年的 100.9 万辆，呈现出逐年增加的趋势。设新能源汽车的保有量从 2022 年到 2024 年的年平均增长率为 x ，则下面所列方程正确的是

A. $2 \times 61.7x = 100.9$

B. $61.7x^2 = 100.9$

C. $61.7x + 61.7x^2 = 100.9$

D. $61.7(1+x)^2 = 100.9$

8.如图，边长为 10 的等边 $\triangle ABC$ 绕它的中心 O 顺时针旋转 $\alpha (0^\circ < \alpha < 120^\circ)$ 得到 $\triangle DEF$ ， DF 分别与 AB ， AC 交于点 M ， N 。给出下面三个结论：

① AM 的长随 α 的增大而增大；

② AM 的取值范围是 $0 < AM < 5$ ；

③ 当 $\alpha = 30^\circ$ 时， $AM = 2$ 。

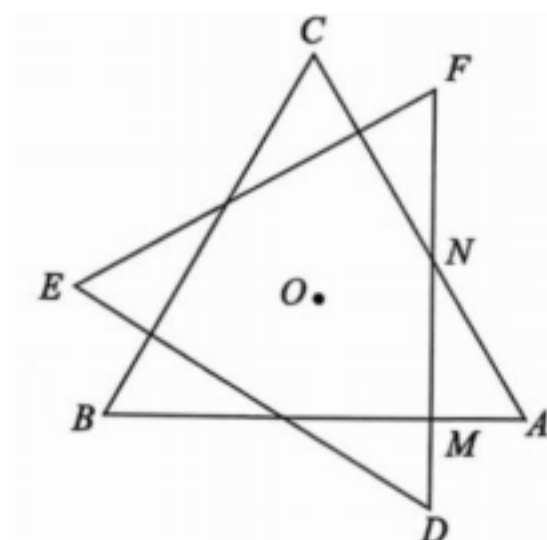
上述结论中，所有正确结论的序号是

A. ①②

B. ①③

C. ②③

D. ①②③



第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

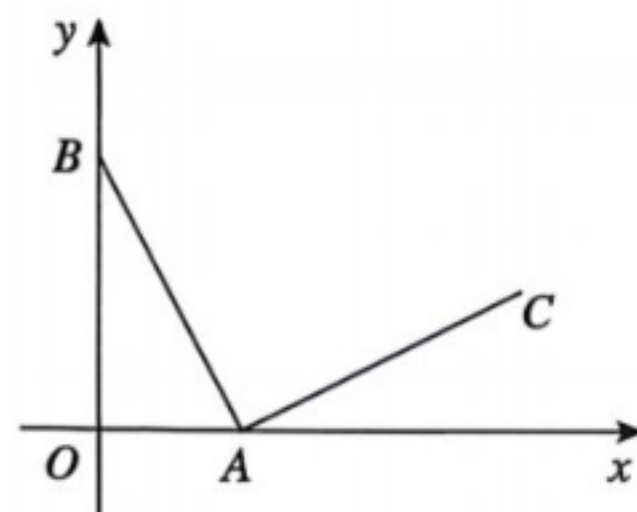
9 在平面直角坐标系中，点 $P(2,3)$ 关于原点对称的点的坐标为_____。

10. 写出一个一元二次方程，使它的两个根互为相反数：_____。

11 在平面直角坐标系 xOy 中，若点 $(-2, a)$ 和点 $(3, b)$ 在二次函数 $y = (x+1)^2$ 的图象上，则 a _____ b （填“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”）。

12 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + k = 0$ 有两个相等的实数根，则 k 的值为_____。

13 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(2,0)$ ， $B(0,4)$ 。将线段 AB 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到线段 AC ，则点 C 的坐标为_____。

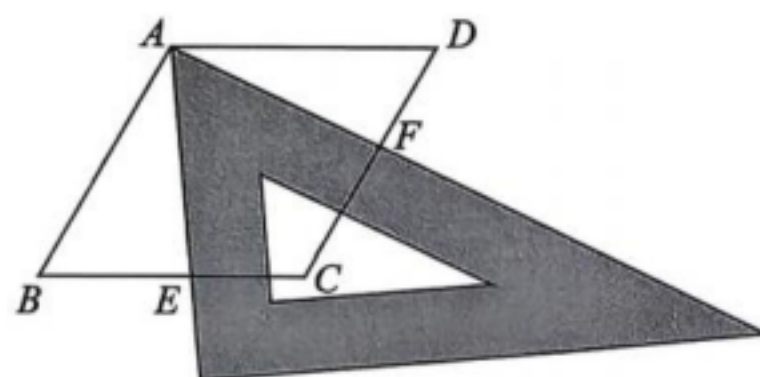


14. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的 x 与 y 的部分对应值如下表：

x	...	0	1	2	3	4	...
y	...	-1	-2	-1	2	7	...

则关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 2$ 的解是_____。

15.如图,在菱形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = 120^\circ$, $AB = 2$.将一块边长足够长的三角板的 60° 角顶点与点 A 重合,三角板的外侧边沿分别与 BC , CD 交于点 E , F , 则四边形 $AECF$ 的面积是_____。



16.对任意实数 x , 可用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 如 $[1.5] = 1$, $[2] = 2$, $[-0.6] = -1$. 称函数

$y = ax^2 + b[x] + c$ ($b \neq 0$) 为“涟漪函数”。

(1)当 $a = c = 0$ 时, 若 $y = b$, 则 x 的取值范围是_____;

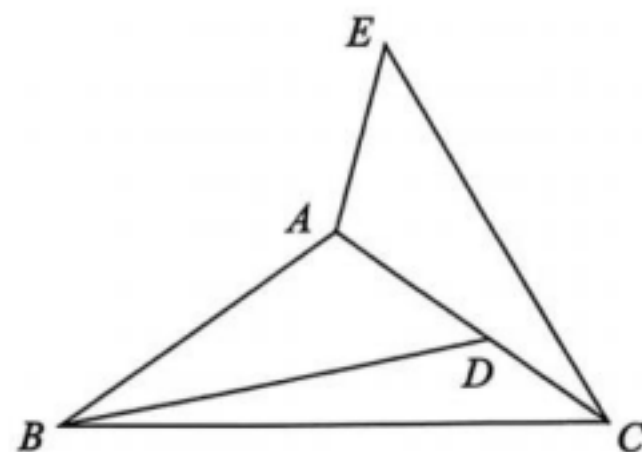
(2)当 $a = \frac{1}{4}$, $b = -1$, $c = 1$ 时, “涟漪函数”与 x 轴共有_____个公共点。

三、解答题 (本题共 68 分, 第 17 题 4 分, 第 18-19 题, 每小题 5 分, 第 20-21 题, 每小题 6 分, 第 22 题 5 分, 第 23 题 6 分, 第 24 题 5 分, 第 25-26 题, 每小题 6 分, 第 27-28 题, 每小题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17.解方程: $x^2 - 6x = 7$.

18.如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = \alpha$, D 为 AC 上一点, 将线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 α 得到线段 AE , 连接 BD , CE .

求证: $BD = CE$.



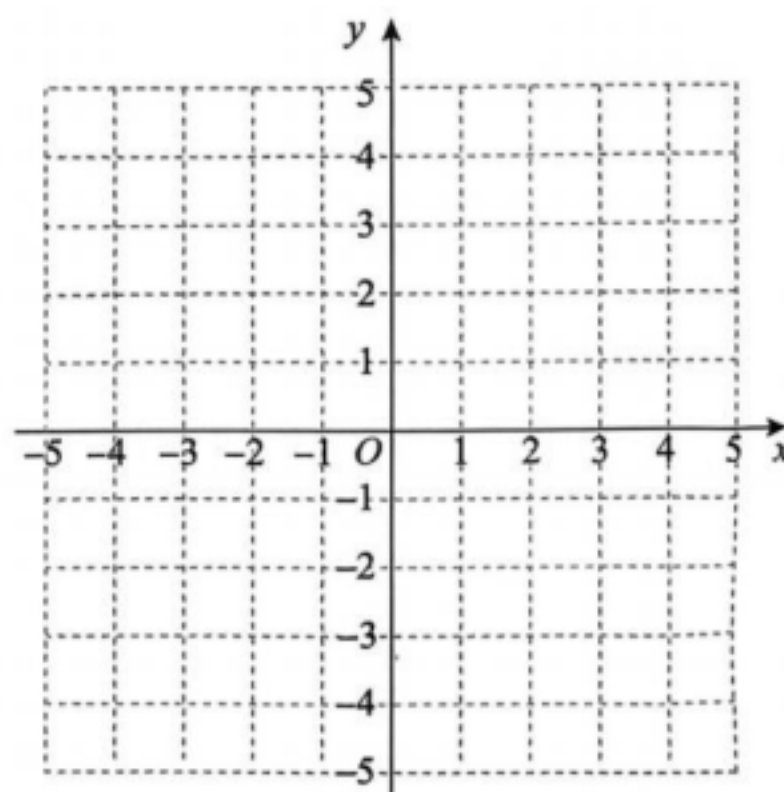
19.已知 m 是方程 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 的一个根, 求代数式 $(m+2)(m-2) + (m+3)^2$ 的值.

20.已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 y 轴的交点为 $(0, 3)$, 抛物线的对称轴为直线 $x = 1$.

(1)求抛物线的表达式;

(2)直接写出抛物线的顶点坐标, 并在平面直角坐标系 xOy 中画出抛物线;

(3)当 $0 < x < 3$ 时, 直接写出 y 的取值范围.



21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + mx + m - 1 = 0$.

(1) 求证: 无论 m 为何值, 方程总有实数根;

(2) 若方程有一个根大于 3, 求 m 的取值范围.

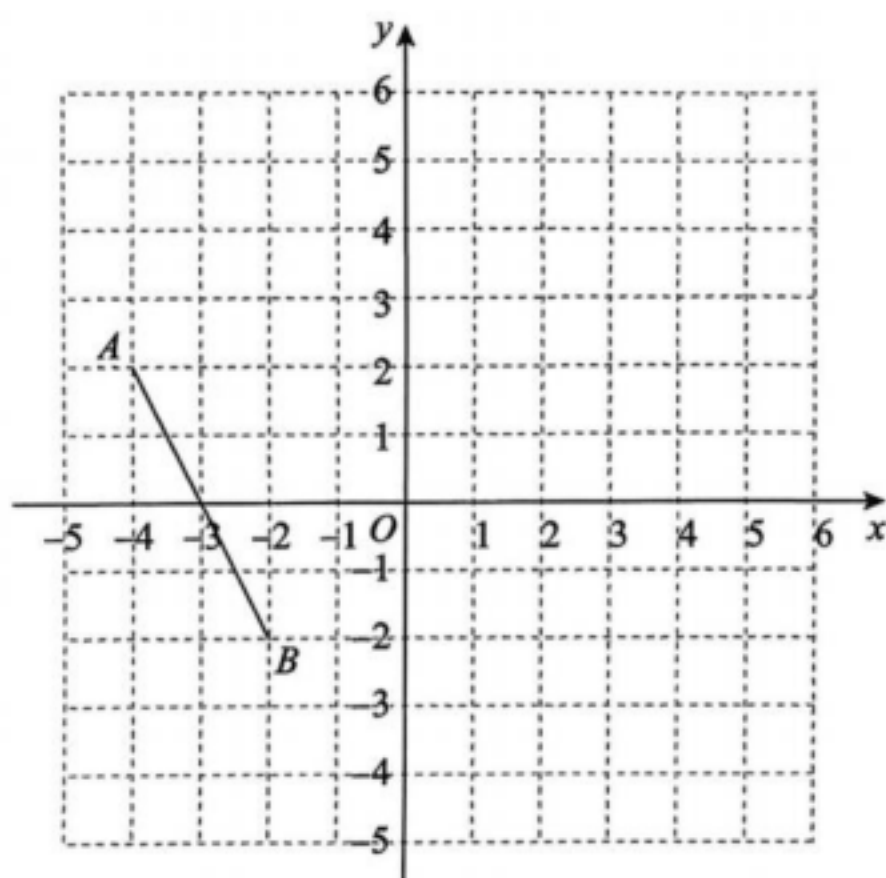
22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(-4, 2)$, $B(-2, -2)$, $C(0, 3)$, 将线段 AB 绕点 O 旋转 180° 得到线段 AB' (A' 是点 A 的对应点).

(1) 在平面直角坐标系 xOy 中画出线段 $A'B'$;

(2) 若点 P 在线段 AB 上, P' 是点 P 关于点 O 的对称点.

① 当点 P 与点 B 重合时, $\triangle CPP'$ 的面积等于_____;

② $\triangle CPP'$ 的面积 S 的取值范围是_____.



23. 某科技团队研发的机器人能够进行舞蹈表演, 其表演队形随音乐节奏动态调整. 在一次表演中, 开场阶段参加表演的所有机器人整齐排列, 组成一个正方形方阵. 当音乐推进至高潮部分, 表演队形发生变化, 首先有 4 个机器人出列, 在舞台的最前方担任领舞, 其余机器人则迅速调整站位组成一个长方形方阵. 该长方形方阵的列数比原来的 2 倍少 1, 行数比原来少 4. 求此次参加表演的机器人的总个数.

24. 已知抛物线 $y = (x + 1)^2 - 4$ 与 x 轴正半轴交于点 A , 顶点为 B .

(1) 求直线 AB 的表达式;

(2) 过点 $P(t, 0)$ 作 x 轴的垂线, 交抛物线于点 M , 交直线 AB 于点 N , 当 MN 的长为 3 时, 直接写出 t 的值.

25. 小君在课后探究学习中遇到一个函数 $y = \frac{1}{3}x^4 - \frac{4}{3}x^2$. 她类比二次函数对其进行探究, 请回答下列问题:

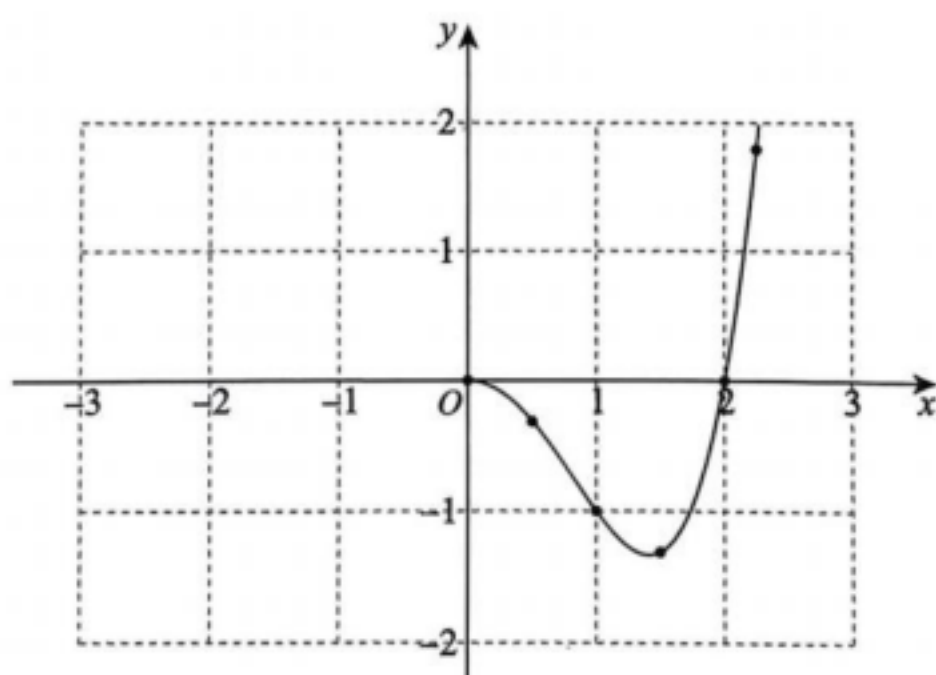
(1)函数 $y = \frac{1}{3}x^4 - \frac{4}{3}x^2$ 的自变量 x 的取值范围是_____；

(2)小君写出该函数 x 与 y 的部分对应值如下表：

x	...	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{9}{4}$...
y	...	-1	m	0	$-\frac{5}{16}$	-1	$-\frac{63}{48}$	0	$\frac{459}{256}$...

② m 的值为_____；

②小君发现该函数的图象关于 y 轴对称，并用软件画出了该函数在 $x \geq 0$ 时的图象，请在平面直角坐标系 xOy 中补全该函数的图象；



(3)写出方程 $\frac{1}{3}x^4 - \frac{4}{3}x^2 = -\frac{9}{10}$ 最小的解的近似值：_____（精确到 0.1）；

(4)过点 $(0, n)$ 作垂直于 y 轴的直线 l ，若直线 l 与函数 $y = \frac{1}{3}x^4 - \frac{4}{3}x^2$ 的图象有两个公共点，则 n 的取值范围是_____。

26.在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 - 2a^2x (a \neq 0)$ 经过点 $A(-1, m)$ 和点 $B(3, n)$ 。

(1)当 $a = 1$ 时，比较 m, n 的大小，并说明理由；

(2)当 $-1 \leq x \leq 3$ 时， y 随 x 的增大而减小，且 y 的最大值与最小值的差为 h ，求 h 的最小值。

27.在正方形 $ABCD$ 中，点 E 在射线 BC 上，连接 AE ，将线段 AE 绕点 A 逆时针旋转 135° 得到线段 AF ，过点 F 作 $FG \perp BC$ ，交直线 BC 于点 G 。

(1)如图 1，点 E 与点 B 重合，若 $AB = 2$ ，求 BG 的长；

(2)如图 2，点 E 在 BC 的延长线上，用等式表示 BG, BE 和 AB 的数量关系，并证明。

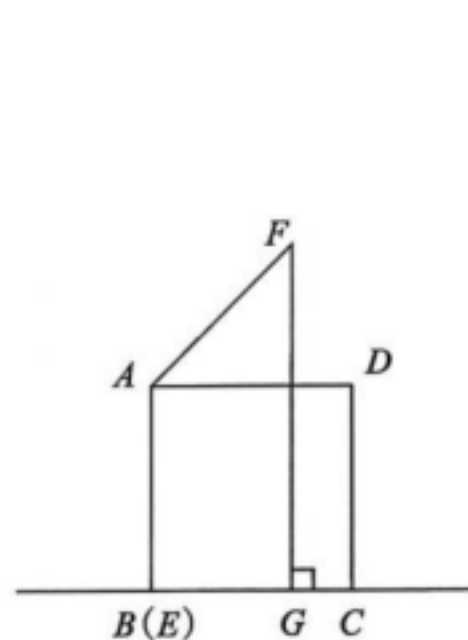


图 1

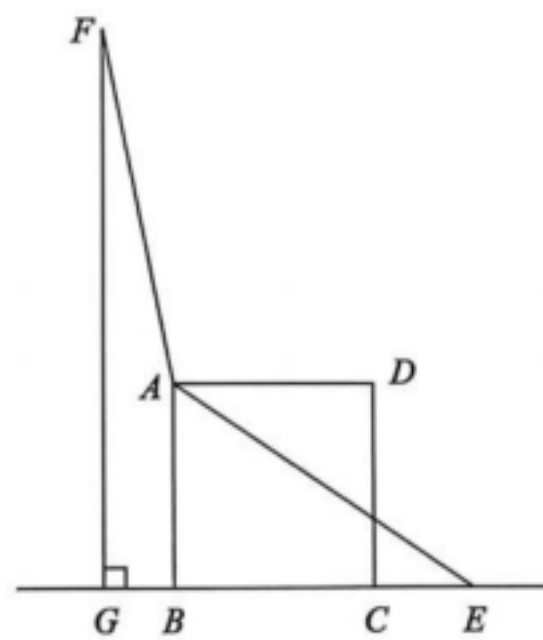


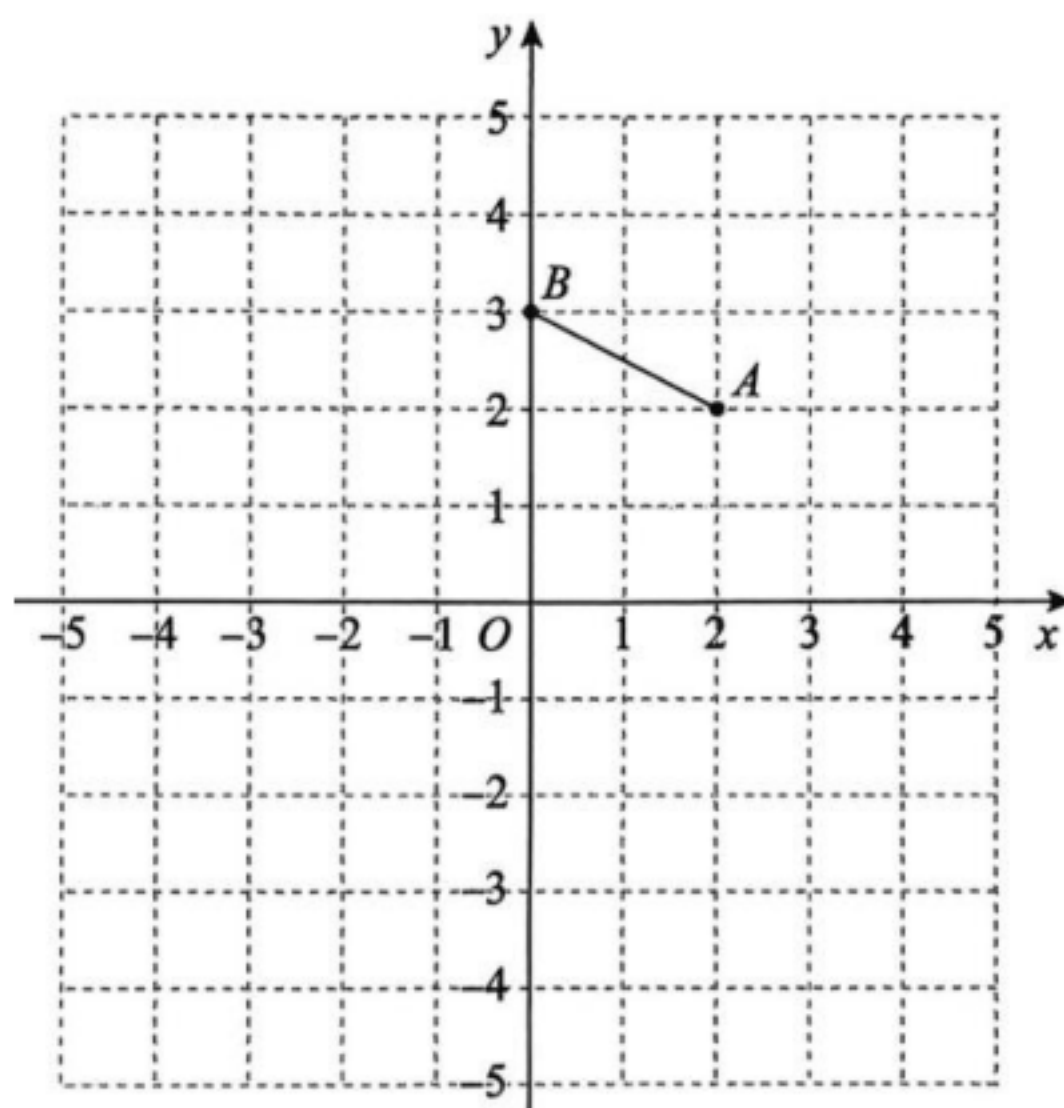
图 2

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于图形 M 和直线 l ，给出如下定义：将图形 M 绕点 O 顺时针旋转 α ($0^\circ < \alpha \leq 360^\circ$) 得到图形 M' ，再将图形 M' 关于直线 l 对称，得到图形 N ，则称图形 N 为图形 M 的“ $\alpha-l$ 变换图形”。

(1) 已知点 $A(2, 2)$ ， $B(0, 3)$ ，图形 M 为线段 AB 。

① 当直线 l 为 y 轴时，图形 M 的“ $90^\circ-l$ 变换图形”为 N ，则以下说法正确的是_____：

- A. 图形 M 与图形 N 关于原点中心对称
- B. 图形 M 与图形 N 关于 y 轴对称
- C. 图形 M 与图形 N 关于直线 $y=x$ 对称
- D. 图形 M 与图形 N 关于直线 $y=-x$ 对称



② 当直线 l 为 $y=x$ 时，若图形 M 的“ $\alpha-l$ 变换图形”与 x 轴负半轴有公共点，直接写出 α 的取值范围；

(2) 已知正方形 $EFGH$ 的顶点坐标分别为 $E(3,3)$ ， $F(3,-3)$ ， $G(-3,-3)$ ， $H(-3,3)$ ，长为 $\sqrt{5}$ 的线段 CD

(点 C 在点 D 左侧) 在直线 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 上, 且点 C 的横坐标为 t , 直线 l 由直线 $x=0$ 绕点 $(0, t)$ 逆时针旋转 30° 得到. 若线段 CD 的 “ $120^\circ - l$ 变换图形” 与正方形 $EFGH$ 有公共点, 直接写出 t 的取值范围.

参考答案

一、选择题

题目	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	D	C	A	D	D	A

二、填空题

9. $(-2,-3)$
10. $x^2=1$ （答案不唯一）
11. $<$
12. 4
13. $(6,2)$
14. $x_1=-1,x_2=3$
15. $\sqrt{3}$
16. $1\leq x<2$ ；1

三、解答题

17. 解：原方程可化为

$$x^2-6x+9=16.$$

得 $(x-3)^2=16.$

得 $x-3=\pm 4.$

解得 $x_1=7, x_2=-1.$

18. 证明：

\because 线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 α 得到线段 AE ,

$\therefore AD=AE, \angle DAE=\alpha.$

$\because \angle BAC=\alpha,$

$\therefore \angle DAE=\angle BAC.$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} AB=AC, \\ \angle BAD=\angle CAE, \\ AD=AE, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)}.$$

$$\therefore BD = CE.$$

19. 解: $\because m$ 是方程 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 的一个根,

$$\therefore m^2 + 3m = 1.$$

$$\text{原式} = m^2 - 4 + m^2 + 6m + 9$$

$$= 2m^2 + 6m + 5$$

$$= 2(m^2 + 3m) + 5$$

$$= 7.$$

20. 解:

(1) \because 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 y 轴的交点坐标为 $(0, 3)$,

$$\therefore c = 3.$$

\because 抛物线的对称轴为直线 $x = 1$,

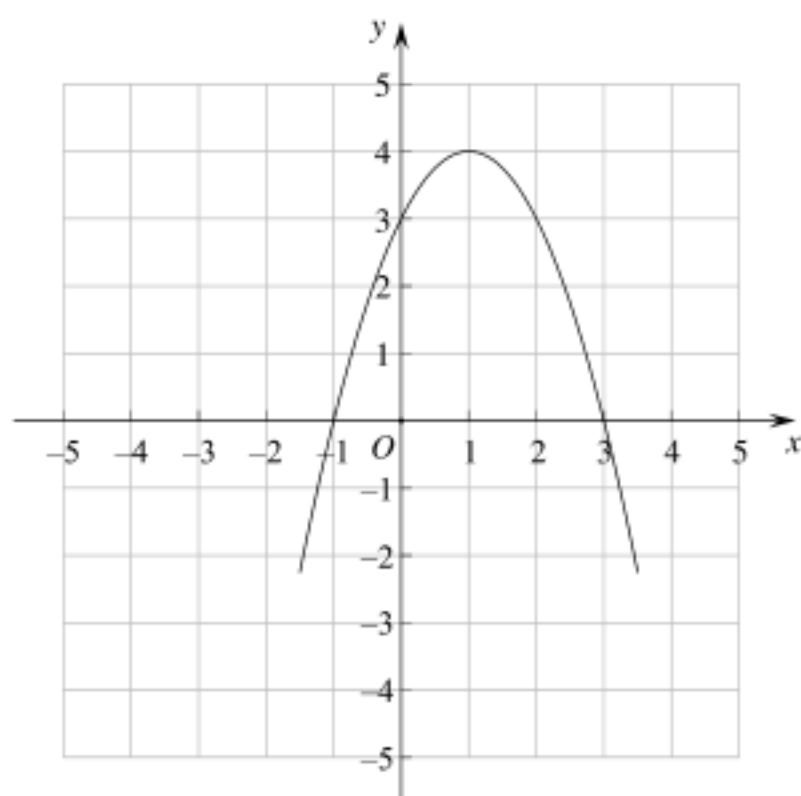
$$\therefore -\frac{b}{2 \times (-1)} = 1.$$

$$\therefore b = 2.$$

\therefore 抛物线的表达式为 $y = -x^2 + 2x + 3$.

(2) 抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 的顶点坐标为 $(1, 4)$.

函数图象如图所示:



(3) 当 $0 < x < 3$ 时, $0 < y \leq 4$.

21. (1) 证明: $\because \Delta = b^2 - 4ac = m^2 - 4(m-1) = m^2 - 4m + 4 = (m-2)^2 \geq 0$,

\therefore 无论 m 为何值, 方程总有实数根.

(2) 解: 由 (1) 知 $\Delta = (m-2)^2$, 根据一元二次方程的求根公式可得:

$$\text{方程的两根为 } x = \frac{-m \pm \sqrt{(m-2)^2}}{2}.$$

$$\therefore x_1 = -1, x_2 = 1 - m.$$

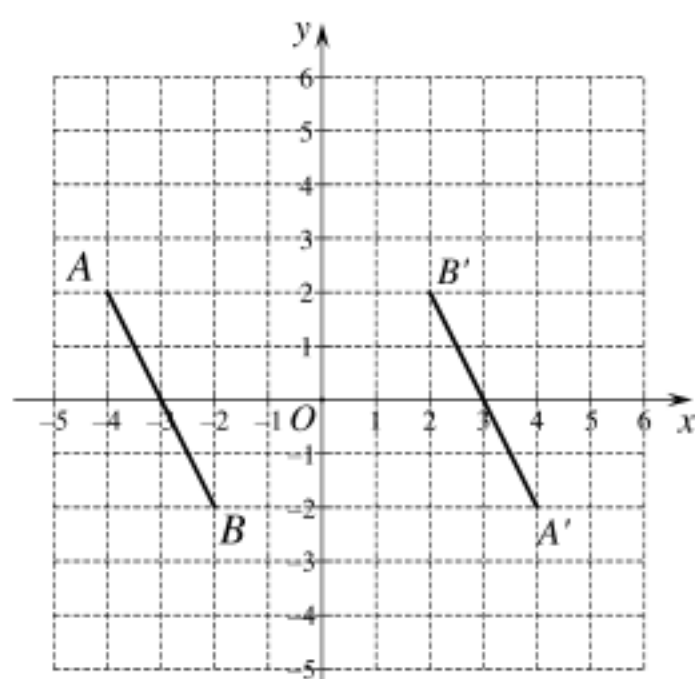
\because 方程有一个根大于 3,

$$\therefore 1 - m > 3.$$

$$\therefore m < -2.$$

22. 解:

(1) 依题意画出线段 $A'B'$ 如图所示:



(2) ① $\triangle CPP'$ 的面积等于 6;

② $\triangle CPP'$ 的面积 S 的取值范围是 $6 \leq S \leq 12$.

23. 解: 设构成正方形方阵的机器人每列有 x 个.

由题意, 得 $(2x-1)(x-4)+4=x^2$.

解方程得 $x_1 = 1$, $x_2 = 8$.

经检验, $x=1$ 不合题意, 舍去; $x=8$ 符合题意.

即构成正方形方阵的机器人每列有 8 个.

答: 此次参加表演的机器人共有 64 个.

24. 解:

(1) 依题意, 抛物线 $y = (x+1)^2 - 4$ 与 x 轴正半轴交于点 A ,

令 $y=0$, 得 $x=-3$ 或 $x=1$,

得点 A 的坐标为 $(1, 0)$.

又由抛物线的顶点为 B ,

可得点 B 的坐标为 $(-1, -4)$.

设直线 AB 的表达式为 $y = kx + b (k \neq 0)$,

$$\text{得} \begin{cases} k + b = 0, \\ -k + b = -4. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 2, \\ b = -2. \end{cases}$$

所以直线的 AB 表达式为 $y = 2x - 2$.

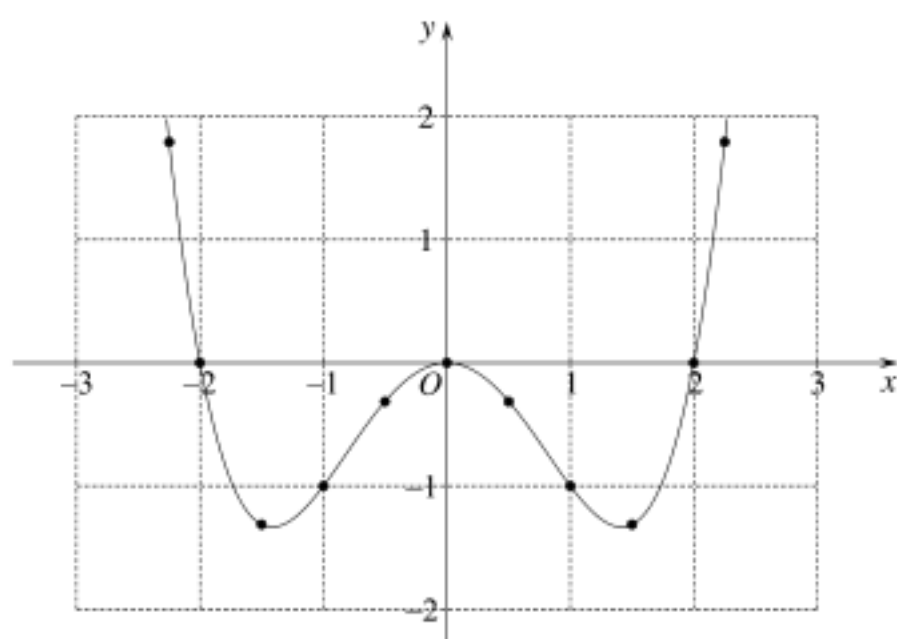
(2) $t = -2$ 或 $t = 2$.

25. 解:

(1) 全体实数.

(2) ① $-\frac{5}{16}$.

② 图象如图所示:



(3) -1.8 .

(4) $n > 0$ 或 $n = -\frac{4}{3}$.

26. 解:

(1) $m = n$.

理由如下:

当 $a = 1$ 时, $y = x^2 - 2x$.

\because 抛物线经过点 $A(-1, m)$ 和点 $B(3, n)$,

$\therefore m = 3, n = 3$.

$\therefore m = n$.

(2) \because 当 $-1 \leq x \leq 3$ 时, y 随 x 的增大而减小,

\therefore 当 $x = -1$ 时, y 的最大值为 $a + 2a^2$; 当 $x = 3$ 时, y 的最小值为 $9a - 6a^2$.

$\therefore h = (a + 2a^2) - (9a - 6a^2) = 8a^2 - 8a$.

\therefore 函数 $h = 8a^2 - 8a$ 的图象开口向上, 对称轴为 $a = \frac{1}{2}$,

当 $a \geq \frac{1}{2}$ 时, h 随 a 的增大而增大, 当 $a \leq \frac{1}{2}$ 时, h 随 a 的增大而减小.

$\because y = ax^2 - 2a^2x (a \neq 0)$,

\therefore 抛物线的对称轴为 $x = a$.

① 当 $a > 0$ 时, 抛物线的开口向上.

当 $x \geq a$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $x \leq a$ 时, y 随 x 的增大而减小.

\because 当 $-1 \leq x \leq 3$ 时, y 随 x 的增大而减小,

$\therefore a \geq 3$.

\because 当 $a \geq \frac{1}{2}$ 时, h 随 a 的增大而增大,

\therefore 当 $a = 3$ 时, h 的最小值为 48.

② 当 $a < 0$ 时, 抛物线的开口向下.

当 $x \geq a$ 时, y 随 x 的增大而减小; 当 $x \leq a$ 时, y 随 x 的增大而增大.

\because 当 $-1 \leq x \leq 3$ 时, y 随 x 的增大而减小,

$\therefore a \leq -1$.

\because 当 $a \leq \frac{1}{2}$ 时, h 随 a 的增大而减小,

\therefore 当 $a = -1$ 时, h 的最小值为 16.

综上所述, h 的最小值为 16.

27. 解:

(1) 如图 1, 设 FG 与 AD 交于点 H .

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore \angle ABC = \angle BAD = 90^\circ$.

$\because FG \perp BC$,

$\therefore \angle BGF = 90^\circ$.

\therefore 四边形 $ABGH$ 是矩形.

$\therefore \angle AHG = 90^\circ$, $AH = BG$.

$\therefore \angle AHF = 180^\circ - \angle AHG = 90^\circ$.

\because 线段 AE 绕点 A 逆时针旋转 135° 得到线段 AF , 点 E 与点 B 重合, 且 $AB=2$,

$\therefore AF = AE = AB = 2$, $\angle BAF = 135^\circ$.

$\therefore \angle FAH = \angle BAF - \angle BAD = 45^\circ$.

$\therefore AH = \frac{\sqrt{2}}{2} AF = \sqrt{2}$.

$\therefore BG = AH = \sqrt{2}$.

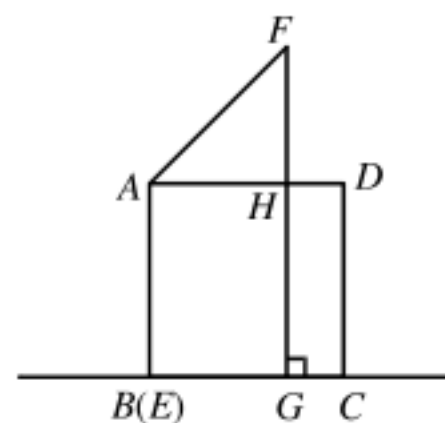


图1

(2) $BE = AB + \sqrt{2}BG$.

证明: 如图 2, 连接 CA , 并延长交 FG 于点 I .

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AB = BC$, $\angle ACB = 45^\circ$, $AC = \sqrt{2}BC$.

$\therefore \angle ACE = 180^\circ - \angle ACB = 135^\circ$.

$\because FG \perp BC$,

$\therefore \angle CGF = 90^\circ$.

$\therefore \angle CIG = 45^\circ$.

$\therefore \angle CIG = \angle ACB$.

$\therefore GI = GC$.

$\therefore \angle AIF = \angle CGF + \angle ACB = 135^\circ$.

$\therefore \angle AIF = \angle ACE$.

\because 线段 AE 绕点 A 逆时针旋转 135° 得到线段 AF ,

$\therefore AF = AE$, $\angle EAF = 135^\circ$.

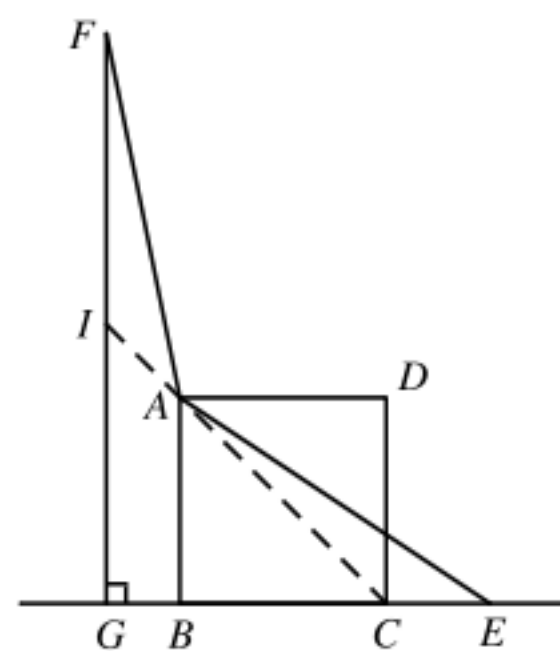


图2

$$\therefore \angle FAI = 180^\circ - \angle EAF - \angle CAE = 45^\circ - \angle CAE.$$

$$\because \angle AEC = \angle ACB - \angle CAE = 45^\circ - \angle CAE,$$

$$\therefore \angle FAI = \angle AEC.$$

$$\therefore \triangle AIF \cong \triangle ECA.$$

$$\therefore AI = CE.$$

在等腰 $\text{Rt}\triangle CGI$ 中, $CI = \sqrt{2}CG$,

$$\therefore AI + AC = \sqrt{2}(BC + BG).$$

$$\therefore CE = \sqrt{2}BG.$$

$$\therefore BE = BC + CE = AB + \sqrt{2}BG.$$

28. 解:

(1) ① D ;

② $135^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$;

(2) $10\sqrt{3} - 20 \leq t \leq 6\sqrt{3} - 12$ 或 $4 - 2\sqrt{3} \leq t \leq 12 - 6\sqrt{3}$.

VV99.net

免费文档下载