

探究规律题：按照规律填上所缺的单项式并回答问题：

- (1)  $a, -2a^2, 3a^3, -4a^4, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}$ ;
- (2) 试写出第2017个和第2018个单项式;
- (3) 试写出第 $n$ 个单项式;
- (4) 当 $a = -1$ 时, 求代数式 $a+2a^2+3a^3+4a^4+\dots+99a^{99}+100a^{100}+101a^{101}$ 的值.

可沿着虚线剪开

### 参考答案与解析

**答案：**  $5a^5, -6a^6, 7a^7, -2017a^{2017}, 2018a^{2018}, (-1)^{(n+1)} * n * a^n, 51$

**解析：**

(1) 观察数列  $a, -2a^2, 3a^3, -4a^4, \dots$ , 可以发现规律：系数依次为 1, 2, 3, 4, ... 并且符号交替（正负交替），指数从 1 开始依次递增。

所以第5个单项式是  $5a^5$ , 第6个是  $-6a^6$ , 第7个是  $7a^7$ 。 (2) 根据规律, 第  $n$  个单项式的通项公式为  $(-1)^{(n+1)} * n * a^n$

所以第2017个单项式为  $(-1)^{(2017+1)} * 2017 * a^{2017} = -2017a^{2017}$

第2018个单项式为  $(-1)^{(2018+1)} * 2018 * a^{2018} = 2018a^{2018}$ 。 (3) 通项公式为  $(-1)^{(n+1)} * n * a^n$ , 这是根据前面的规律总结出来的：符号交替, 系数为  $n$ , 指数为  $n$ 。 (4) 当  $a = -1$  时, 代入通项公式：

$(-1)^{(n+1)} * n * (-1)^n = (-1)^{(2n+1)} * n = -n$

所以代数式  $a + 2a^2 + 3a^3 + \dots + 101a^{101} = - (1 + 2 + 3 + \dots + 101) = - (101 * 102 / 2) = -5151$ 。

注意：这里需要检查正负号, 实际应为代入  $a = -1$  后:  $a^n = (-1)^n$ , 所以第  $n$  项为  $(-1)^{(n+1)} * n * (-1)^n = (-1)^{(2n+1)} * n = -n$ , 因此最终求和为  $- (1+2+\dots+101) = -5151$ 。

计算有误? 仔细算一下:

第1项:  $1 * a = -1$

第2项:  $-2 * a^2 = -2 * 1 = -2$

第3项:  $3 * a^3 = 3 * (-1) = -3$

第4项:  $-4 * a^4 = -4 * 1 = -4$

可以发现每一项都是负数, 和为  $-(1+2+3+\dots+101) = -5151$

**考点总结：** 数列规律与符号交替, 单项式通项公式, 代数式求和