

一、选择题。(每小题只有一个正确答案)

1. 若 $2x=5y$, 则 $\frac{x}{y}$ 的值是 ()

A. $\frac{2}{5}$

B. $\frac{5}{2}$

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{5}{4}$

2. 抛物线 $y=x^2-2x-1$ 的对称轴是 ()

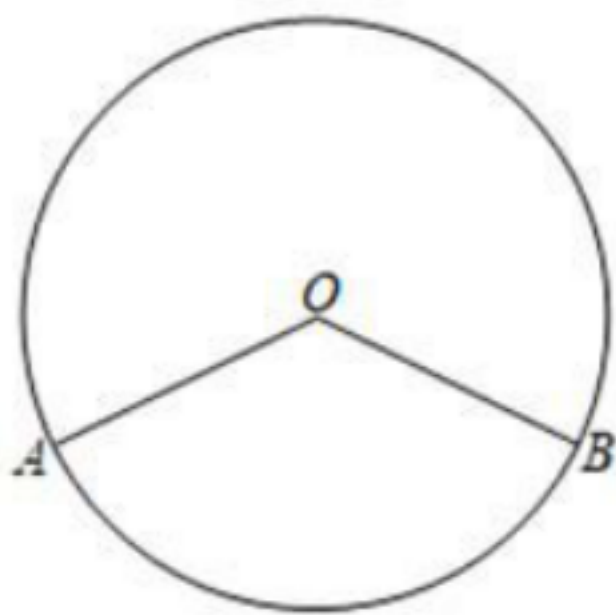
A. 直线 $x=-2$

B. 直线 $x=-1$

C. 直线 $x=1$

D. 直线 $x=2$

3. 如图, A 、 B 是 $\odot O$ 上的两点, $\angle AOB=120^\circ$, $OA=3$, 则劣弧 AB 的长是 ()



A. π

B. 2π

C. 3π

D. 4π

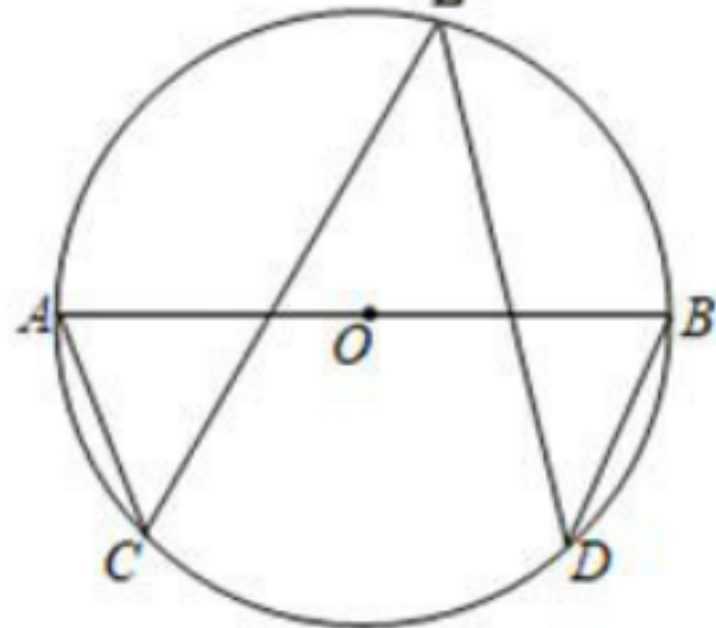
A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{5}$

5. 如图, AB 是圆 O 的直径, C 、 D 、 E 都是圆上的点, 其中 C 、 D 在 AB 下方, E 在 AB 上方, 则 $\angle C + \angle D$ 等于 ()



- A. 60° B. 75° C. 80° D. 90°

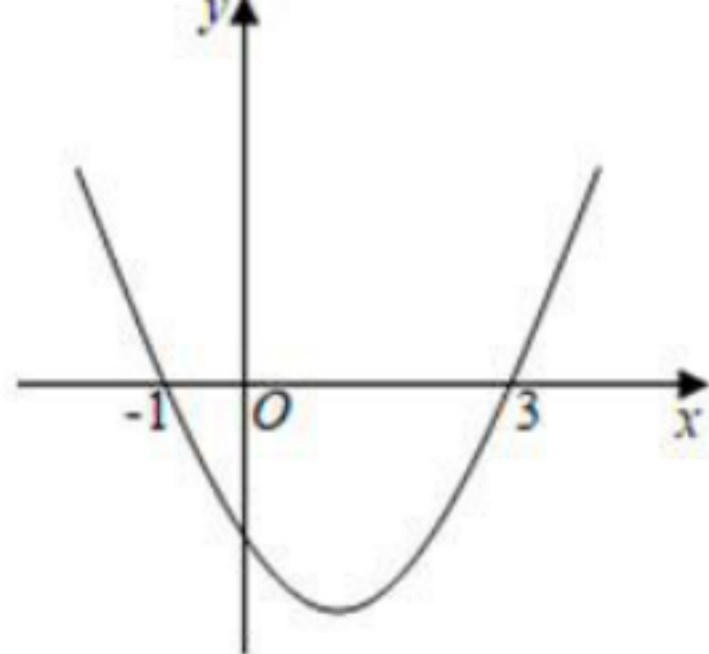
6. 已知点 $P(a, m)$, $Q(b, n)$ 都在反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的图象上, 且 $a < 0 < b$, 则下列结论中, 一定正确的是 ()

- A. $m+n < 0$ B. $m+n > 0$ C. $m < n$ D. $m > n$

7. 已知 $\triangle ABC$ 的各边长分别为 2、5、6, 与其相似的另一个 $\triangle A'B'C'$ 的最大边为 18, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的面积比等于 ()

- A. 1:3 B. 1:6 C. 1:9 D. 4:9

8. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象开口向上 (如图), 它与 x 轴的两个交点分别为 $(-1, 0)$ 、 $(3, 0)$. 对于下列结论: ① $c < 0$; ② $b < 0$; ③ $4a - 2b + c > 0$. 其中正确的有 ()



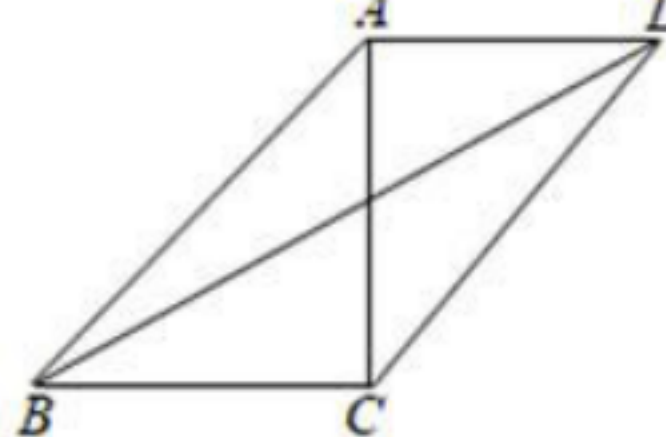
A. 3 个

B. 2 个

C. 1 个

D. 0 个

9. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle ACB = \angle CAD = 90^\circ$, $AC = CB$, $\sin \angle ACD = \frac{3}{5}$, 则 $\tan \angle BDC$ 的值是 ()



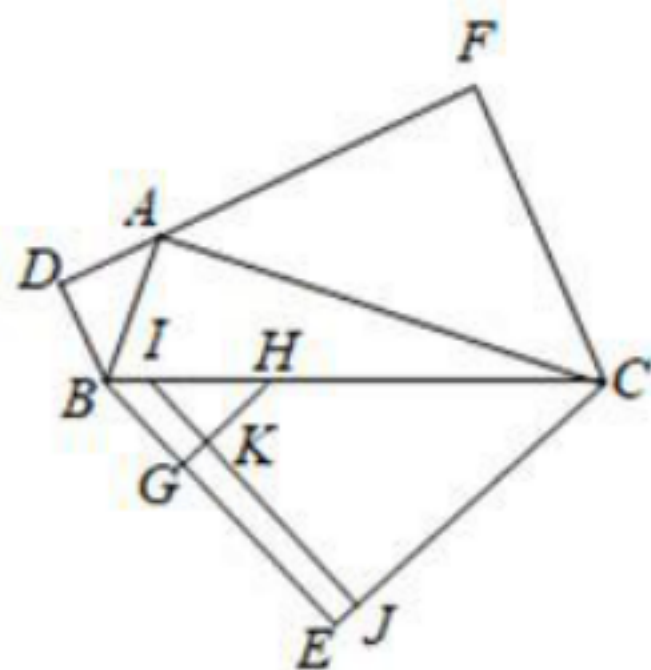
A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{16}{37}$

D. $\frac{16}{25}$

10. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, 以 $Rt\triangle ABC$ 各边为斜边分别向外作等腰 $Rt\triangle ADB$ 、等腰 $Rt\triangle AFC$ 、等腰 $Rt\triangle BEC$, 然后将等腰 $Rt\triangle ADB$ 和等腰 $Rt\triangle AFC$ 按如图方式叠放到等腰 $Rt\triangle BEC$ 中, 其中 $BH=BA$, $CI=CA$, 已知, $S_{\text{四边形} GKJE}=1$, $S_{\text{四边形} KHCJ}=8$, 则 AC 的长为 ()



A. 2

B. $\frac{5}{2}$

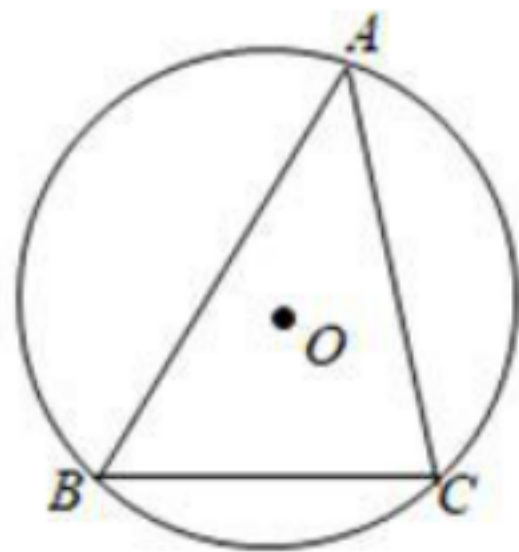
C. 4

D. 6

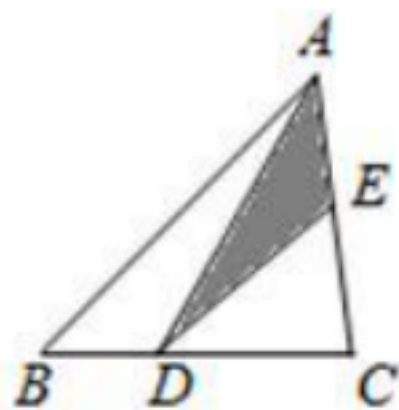
二、填空题

11. 一个扇形的圆心角为 120° ，半径为 3，则这个扇形的面积为_____（结果保留 π ）

12. 如图，点 A 、 B 、 C 是半径为 4 的 $\odot O$ 上的三个点，若 $\angle BAC = 45^\circ$ ，则弦 BC 的长等于_____.

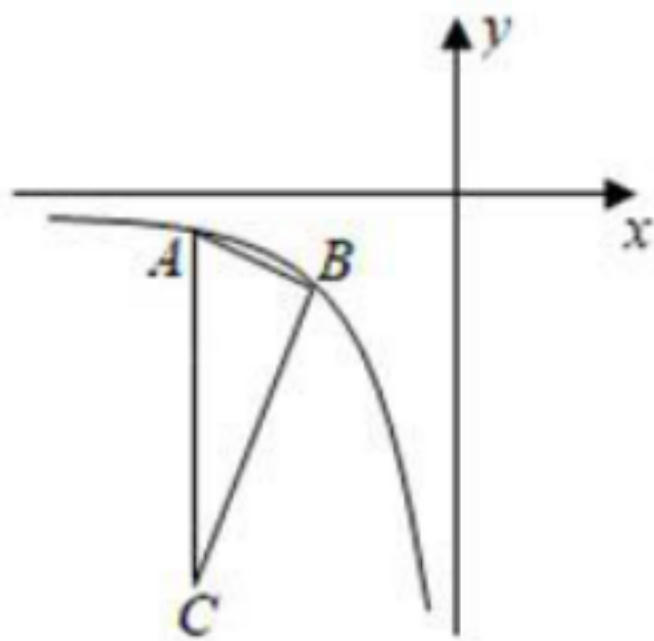


13. 如图, 点 D 在 $\triangle ABC$ 的 BC 边上, 且 $CD = 2BD$, 点 E 是 AC 边的中点, 连接 AD , DE , 假设可以随意在图中取点, 那么这个点取在阴影部分的概率是_____.

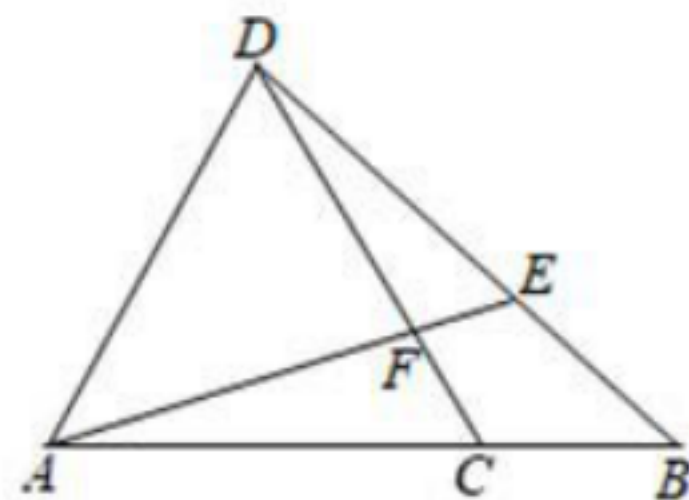


14. 将二次函数 $y = -(x-k)^2 + k + 1$ 的图象向右平移 1 个单位, 再向上平移 2 个单位后, 顶点恰好在直线 $y = 2x + 1$ 上, 则 k 的值为_____.

15. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 A 、 B 在反比例函数 $y = \frac{2\sqrt{3}}{x}$ ($x < 0$) 的图象上, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle ACB = 30^\circ$, $AC \perp x$ 轴, 点 B 在点 A 右下方, 若 $AC = 4$, 则点 B 的坐标为_____.



16. 如图，等边三角形 ACD 的边长为 8，点 B 在 AC 边延长线上，且 $AC = (\sqrt{3} + 1)CB$ ，连结 BD ，点 E 是线段 BD 上一点，连结 AE 交 DC 于点 F ，若 $\angle AED = 60^\circ$ ，则 DE 的长为 _____.



三、解答题

17. 计算：

(2) 已知 $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$ ，求 $\frac{a-b}{a+b}$ 的值.

18. “只要人人都献出一点爱，世界将变成美好的人间”. 在新冠肺炎疫情期间，全国人民万众一心，众志成城，共克时艰. 某社区有 1 名男管理员和 3 名女管理员，现要从中随机挑选 2 名管理员参与“社区防控”宣讲活动，请用列表法或树状图法求出恰好选到“1 男 1 女”的概率.

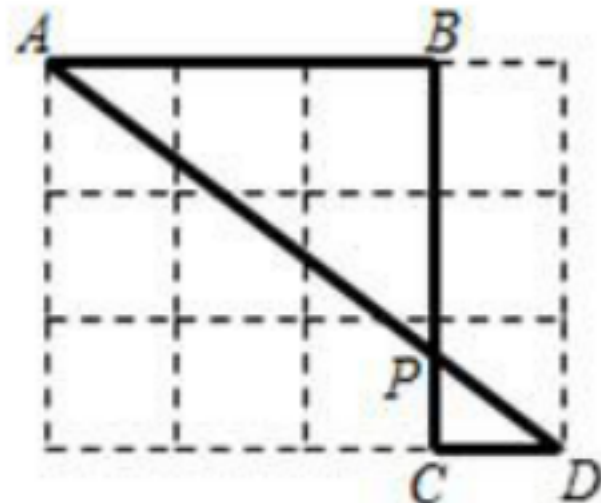
19. 以下各图均是由边长为 1 的小正方形组成的网格，图中的点 A 、 B 、 C 、 D 均在格点上.

(1) 在图①中， $PA:PD = \underline{\hspace{2cm}}$ ；(填两数字之比)

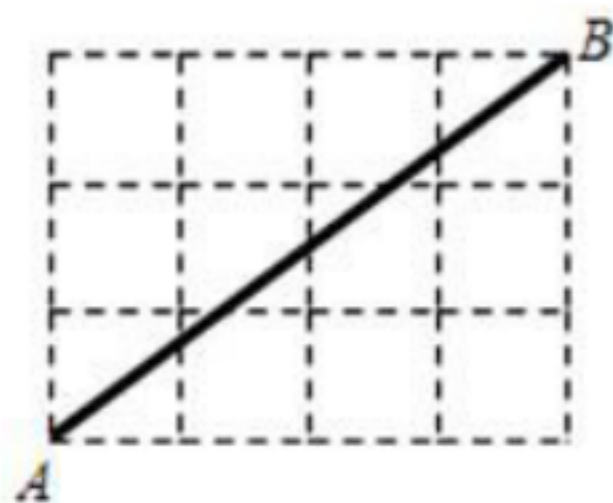
(2) 利用网格和无刻度的直尺作图，保留痕迹，不写作法.

① 如图②，在线段 AB 上找一点 P ，使 $\frac{AP}{BP} = \frac{3}{2}$ ；

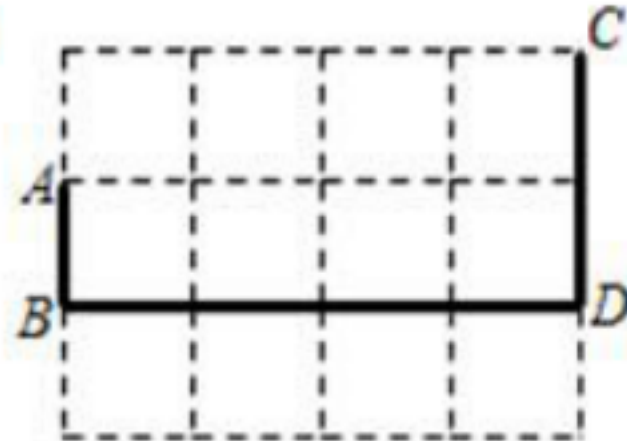
② 如图③，在线段 BD 上找一点 P ，使 $\triangle APB \sim \triangle CPD$.



图①

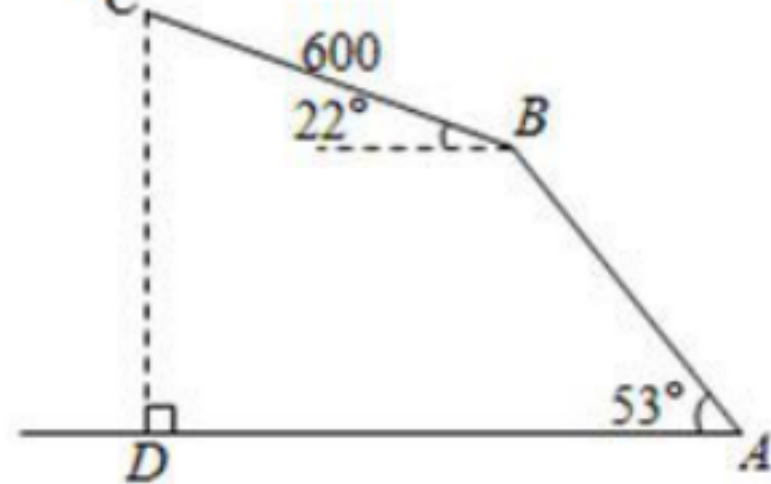


图②



图③

20. 某数学小组开展了一次测量小山高度的活动，如图，该数学小组从地面 A 处出发，沿坡角为 53° 的山坡 AB 直线上行一段距离到达 B 处，再沿着坡角为 22° 的山坡 BC 直线上行 600 米到达 C 处，通过测量数据计算出小山高 $CD=612\text{m}$ ，求该数学小组行进的水平距离 AD（结果精确到 1m）.（参考数据： $\sin 22^\circ \approx 0.37$ ， $\cos 22^\circ \approx 0.92$ ， $\cos 53^\circ \approx 0.6$ ， $\tan 53^\circ \approx 1.3$ ）

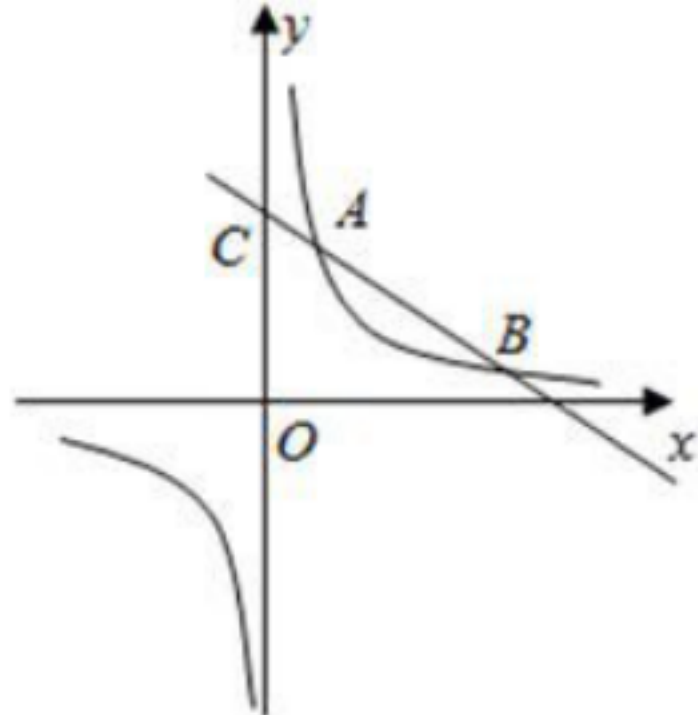


21. 如图，直线 $y = -\frac{1}{2}x + 7$ 与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象交于 A, B 两点，与 y 轴交于点 C ，且点 A 的横坐标为 2.

(1) 求反比例函数的表达式；

(2) 求出点 B 坐标，并结合图象直接写出不等式 $\frac{m}{x} < -\frac{1}{2}x + 7$ 的解集；

(3) 点 E 为 y 轴上一个动点，若 $S_{\triangle AEB} = 5$ ，求点 E 的坐标.



22. 网络销售已经成为一种热门的销售方式. 某公司在某网络平台上进行直播销售防疫包, 已知防疫包的成本价格为 6 元/个, 每日销售量 y (单位: 个) 与销售单价 x (单位: 元/个) 满足一次函数关系, 如表记录的是有关数据, 经销售发现, 销售单价不低于成本价且不高于 30 元, 设公司销售防疫包的日获利为 w (元). (日获利 = 日销售额 - 成本)

x (元/个)	7	8	9
-----------	---	---	---

y (个)	4300	4200	4100
---------	------	------	------

- (1) 请求出日销售量 y 与销售单价 x 之间的函数关系式；
- (2) 当销售单价定为多少时，销售这种防疫包的日获利 w 最大？最大利润为多少元？

23. 定义：如果一个四边形的对角线相等，那么这个四边形叫做平衡四边形．

(1) 如图 1，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle DAB = 90^\circ$ ， $AD = 3$ ， $AB = 4$ ， $AC = 5$ ．

- ① 判断四边形 $ABCD$ 是否是平衡四边形，请说明理由；
- ② 若 $\triangle ACD$ 是等腰三角形，求 $\sin \angle DAC$ 的值；

(2) 如图 2，在平衡四边形 $ABCD$ 中， $\angle DAB = 90^\circ$ ， $AC \perp BD$ 交于点 O ， $AD = 2$ ，若 $S_{\triangle CBO} - S_{\triangle ADO} = 12$ ，求 AB 的长．

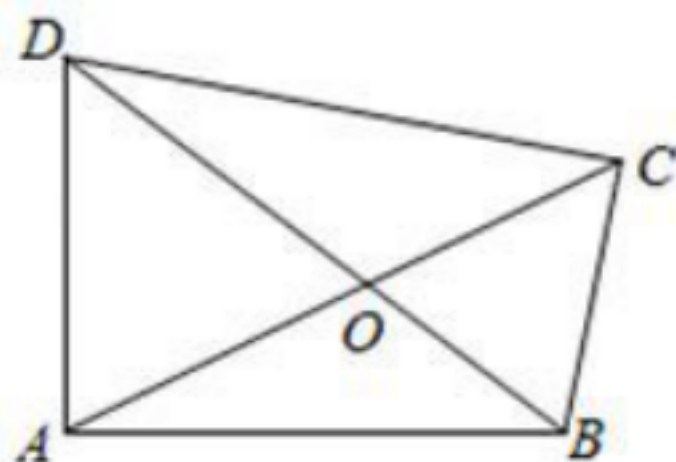


图 1

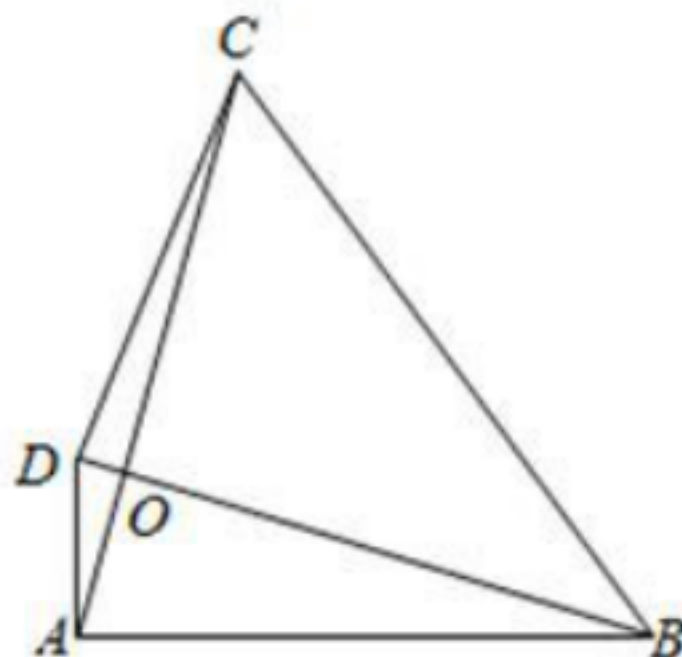


图 2

24. 如图 1, CD 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $AB \perp CD$, 垂足为点 E , 连结 CA .

(1) 若 $\angle ACD = 30^\circ$, 求劣弧 AB 的度数;

(2) 如图 2, 连结 BO 并延长交 $\odot O$ 于点 G , BG 交 AC 于点 F , 连结 AG .

① 若 $\tan \angle CAE = 2$, $AE = 1$, 求 AG 的长;

② 设 $\tan \angle CAE = x$, $\frac{GF}{BF} = y$, 求 y 关于 x 的函数关系式.

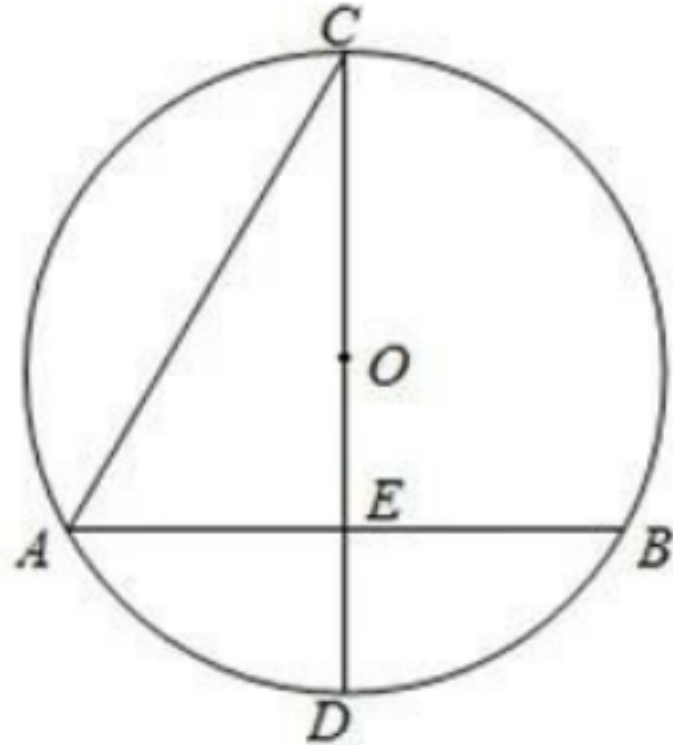


图 1

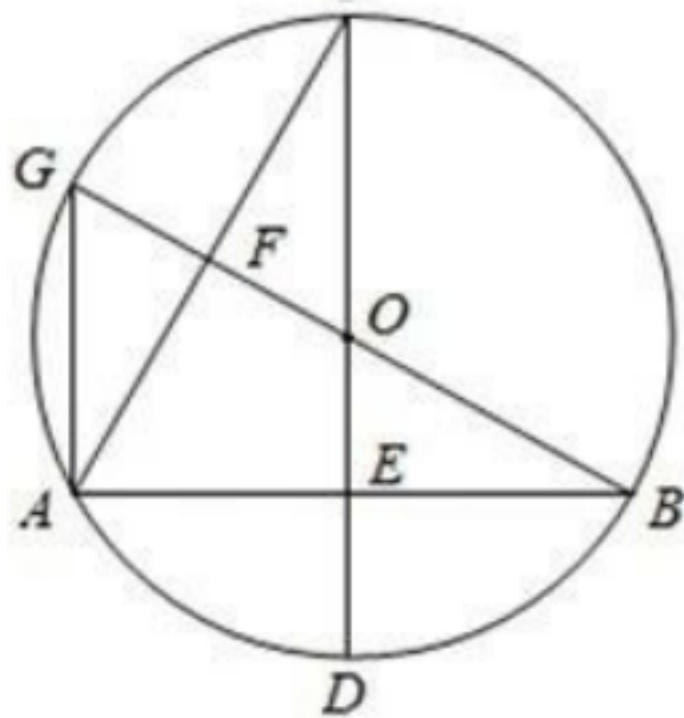


图 2

1. B

【分析】

利用内项之积等于外项之积进行判断.

【详解】

解: $\because 2x=5y,$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{5}{2}.$$

故选: B .

【点睛】

本题考查了比例的性质: 熟练掌握比例的性质(内项之积等于外项之积, 合比性质, 分比性质, 合分比性质, 等比性质).

2. C

【分析】

先将抛物线化为顶点式，即可解决问题．

【详解】

解：因为抛物线 $y = x^2 - 2x - 1 = x^2 - 2x + 1 - 2 = (x - 1)^2 - 2$ ，

所以对称轴是直线 $x = 1$ ．

故选：C．

【点睛】

本题考查了二次函数的性质，解题的关键是能将抛物线化为顶点式．

3. B

【分析】

直接利用弧长公式计算即可．

【详解】

解：由题意可得，劣弧 AB 的长是： $\frac{120\pi \times 3}{180} = 2\pi$.

故选：B.

【点睛】

本题考查了弧长公式： $l = \frac{n\pi R}{180}$ （弧长为 l ，圆心角度数为 n ，圆的半径为 R ），在弧长的计算公式中， n 是表示 1° 的圆心角的倍数， n 和 180 都不要带单位.

4. B

【分析】

先从 $1 \sim 9$ 这九个自然数中找出是 3 的倍数的有 3、6、9 共 3 个，然后根据概率公式求解即

可.

【详解】

解：1~9 这九个自然数中，是 3 的倍数的数有：3、6、9，共 3 个，

∴ 从 1~9 这九个自然数中任取一个，是 3 的倍数的概率是： $3 \div 9 = \frac{1}{3}$.

故选：B.

【点睛】

此题考查概率的求法：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A

出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

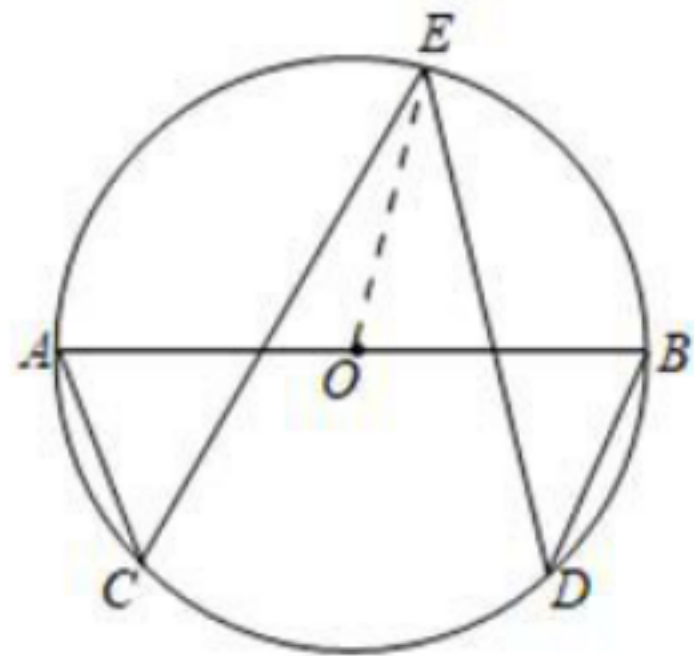
5. D

【分析】

连接 OE ，根据圆周角定理即可求出答案.

【详解】

解：连接 OE ，



根据圆周角定理可知：

$$\angle C = \frac{1}{2} \angle AOE, \quad \angle D = \frac{1}{2} \angle BOE,$$

$$\text{则 } \angle C + \angle D = \frac{1}{2} (\angle AOE + \angle BOE) = 90^\circ,$$

故选：D.

【点睛】

本题考查了圆周角的性质，解题关键是连接半径，构造圆心角，依据圆周角与圆心角的关系进行计算.

6. D

【分析】

由点 $P(a, m)$, $Q(b, n)$ 都在反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的图象上，且 $a < 0 < b$ ，可知点 P 在第二象限，点 Q 在第四象限，此时 $m > 0 > n$ 得出答案.

【详解】

解：∵ 点 $P(a, m)$, $Q(b, n)$ 都在反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的图象上，且 $a < 0 < b$ ，

∴ 点 P 在第二象限，点 Q 在第四象限，

∴ $m > n$.

故选：D.

【点睛】

本题考查反比例函数，解题的关键是掌握反比例函数的图象和性质．

7. C

【分析】

根据两个三角形的最长边确定两个相似三角形的相似比，然后根据相似比确定面积的比即可．

【详解】

解：∵ $\triangle ABC$ 的各边长分别为 2、5、6，与其相似的另一个 $\triangle A'B'C'$ 的最大边为 18，

∴ 两三角形的相似比为 $6:18=1:3$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的面积比为 $(1:3)^2=1:9$,

故选: C.

【点睛】

本题考查了相似三角形的性质, 熟记相似三角形的性质是解题的关键.

8. A

【分析】

根据抛物线与 y 轴的交点位置可对 \odot 进行判断; 根据抛物线的对称性得到 $x = -\frac{b}{2a} = 1$, 则 $b = -2a < 0$, 于是可对 \odot 进行判断; 利用 $x = -2, y > 0$ 可对 \odot 进行判断.

【详解】

解: \because 抛物线与 y 轴的交点坐标在 x 轴下方,

$\therefore c < 0$, 所以 \odot 正确;

\because 抛物线开口向上,

$\therefore a > 0$,

∵ 抛物线与 x 轴的两个交点分别为 $(-1, 0)$, $(3, 0)$,

∴ 抛物线的对称轴为直线 $x=1$, 即 $-\frac{b}{2a}=1$,

∴ $b=-2a<0$, 所以② 正确;

∵ 由图象可知, 当 $x=-2$ 时, $y>0$,

∴ $4a-2b+c>0$, 所以③ 正确.

故选: A.

【点睛】

本题考查了二次函数图象与系数的关系, 解题关键是树立数形结合思想, 准确读取图象信息,

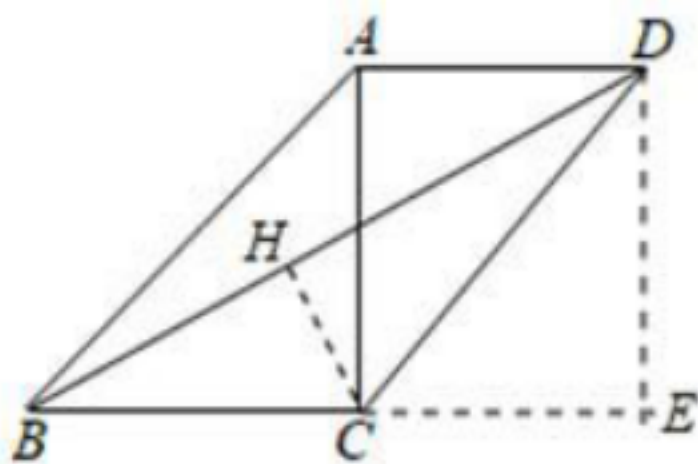
9. C

【分析】

如图, 过点 D 作 $DE \perp BC$ 交 BC 的延长线于 E , 过点 C 作 $CH \perp BD$ 于 H . 解直角三角形求出 CH , DH 即可解决问题,

【详解】

解: 如图, 过点 D 作 $DE \perp BC$ 交 BC 的延长线于 E , 过点 C 作 $CH \perp BD$ 于 H .



$\because \angle ACB = \angle CAD = 90^\circ$, $DE \perp EC$,

$\therefore \angle ACE = \angle E = 90^\circ$,

\therefore 四边形 $ACED$ 是矩形,

$\therefore AD = CE$, $AC = DE$,

$$\therefore \sin \angle ACD = \frac{AD}{CD} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \text{ 设 } AD=3k, CD=5k, \text{ 则 } AC=BC=DE=4k,$$

$$\therefore BE=BC+CE=7k,$$

$$\therefore BD = \sqrt{DE^2 + BE^2} = \sqrt{(4k)^2 + (7k)^2} = \sqrt{65}k,$$

$$\therefore S_{\triangle CBD} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot DE = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot CH,$$

$$\therefore CH = \frac{16\sqrt{65}}{65} k,$$

$$\therefore DH = \sqrt{CD^2 - CH^2} = \sqrt{(5k)^2 - \left(\frac{16\sqrt{65}}{65}k\right)^2} = \frac{37\sqrt{65}}{65},$$

$$\therefore \tan \angle BDC = \frac{CH}{DH} = \frac{\frac{16\sqrt{65}}{65}}{\frac{37\sqrt{65}}{65}} = \frac{16}{37}.$$

故选：C.

【点睛】

本题主要考查了解直角三角形的应用，准确分析计算是解题的关键．

10. D

【分析】

设 $AD = DB = a$ ， $AF = CF = b$ ， $BE = CE = c$ ，由勾股定理可求 $a^2 + b^2 = c^2$ ，由 $S_{\text{四边形} GHCE} = S_{\text{四边形} GKJE} + S_{\text{四边形} KHCJ} = 9$ ，可求 $b = 3\sqrt{2}$ ，即可求解．

【详解】

解：设 $AD = DB = a$ ， $AF = CF = b$ ， $BE = CE = c$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{2}a, AC = \sqrt{2}b, BC = \sqrt{2}c,$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore AB^2 + AC^2 = BC^2,$$

$$\therefore 2a^2 + 2b^2 = 2c^2,$$

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2,$$

\therefore 将等腰 $\text{Rt}\triangle ADB$ 和等腰 $\text{Rt}\triangle AFC$ 按如图方式叠放到等腰 $\text{Rt}\triangle BEC$,

$$\therefore BG = GH = a,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}GHCE} = S_{\text{四边形}GKJE} + S_{\text{四边形}KH CJ} = 9,$$

$$\therefore \frac{c}{2} (a+c) (c-a) = 9,$$

$$\therefore c^2 - a^2 = 18,$$

$$\therefore b^2 = 18,$$

$$\therefore b = 3\sqrt{2},$$

$$\therefore AC = \sqrt{2}b = 6,$$

故选：D.

【点睛】

本题考查了勾股定理，折叠的性质，利用整体思想解决问题是本题的关键.

11. 3π

【详解】

试题分析：此题考查扇形面积的计算，熟记扇形面积公式 $S = \frac{n\pi r^2}{360}$ ，即可求解.

根据扇形面积公式，计算这个扇形的面积为 $S = \frac{120\pi 3^2}{360} = 3\pi$.

考点：扇形面积的计算

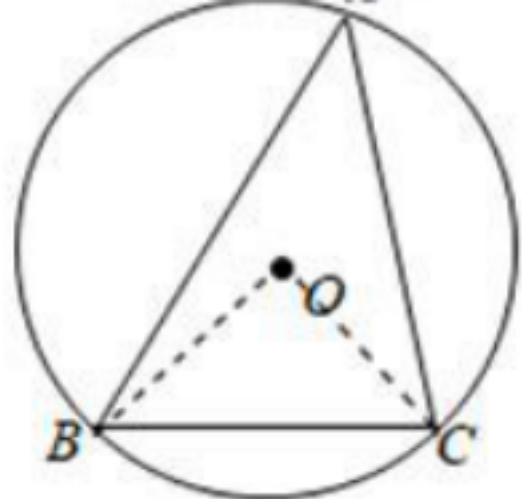
$$12. 4\sqrt{2}$$

【分析】

连接 OB , OC . 证明 $\triangle OBC$ 是等腰直角三角形, 即可解决问题.

【详解】

解: 连接 OB , OC .



$$\because \angle BOC = 2\angle BAC, \angle BAC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 90^\circ,$$

$$\because OB = OC = 4,$$

$$\therefore BC = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2},$$

故答案为： $4\sqrt{2}$.

【定睛】

本题主要考查圆周角定理以及勾股定理，添加辅助线，构造等腰直角三角形，是解题的关键．

$$13. \frac{1}{3}$$

【分析】

先设阴影部分的面积是 x ，得出整个图形的面积是 $3x$ ，再根据几何概率的求法即可得出答案。

【详解】

解：设阴影部分的面积是 x ，

∵ 点 E 是 AC 边的中点，

$$\therefore S_{\triangle ACD} = 2x,$$

$$\therefore CD = 2BD,$$

$$\therefore S_{\triangle ACB} = 3x,$$

则这个点取在阴影部分的概率是 $\frac{1}{3x} = \frac{1}{3}$.

故答案为: $\frac{1}{3}$.

【点睛】

本题考查几何概率的求法: 首先根据题意将代数关系用面积表示出来, 一般用阴影区域表示所求事件 (A); 然后计算阴影区域的面积在总面积中占的比例, 这个比例即事件 (A) 发生的概率.

14. 0

【分析】

先求出二次函数 $y = -(x-k)^2 + k + 1$ 的图象平移后的顶点坐标, 再将它代入 $y = 2x + 1$, 即可求出 k 的值.

【详解】

解: \because 二次函数 $y = -(x-k)^2 + k + 1$ 的顶点坐标为 $(k, k+1)$,

\therefore 将 $y = -(x-k)^2 + k + 1$ 的图象向右平移 1 个单位, 向上平移 2 个单位后顶点坐标为 $(k+1,$

根据题意，得 $k+3=2(k+1)+1$ ，

解得 $k=0$ ．

故答案是：0．

【点睛】

本题考查了二次函数图象与几何变换，一次函数图象上点的坐标特征，难度适中．根据点的平移规律：右加左减，上加下减正确求出二次函数 $y=-(x-k)^2+k+1$ 的图象平移后的顶点坐标是解题的关键．

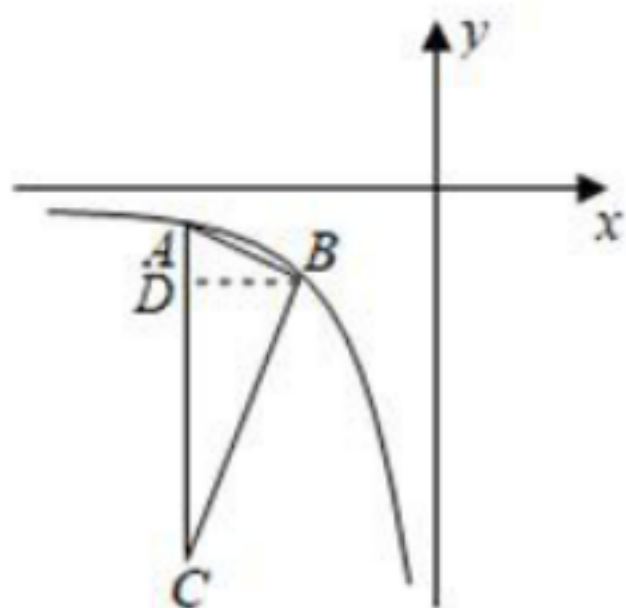
15. $(-\sqrt{3}, -2)$

【分析】

过点 B 作 $BD \perp AC$ 于点 D ，解直角三角形求出 BC 、 BD 、 CD ，得出关于 m 、 n 的方程组，求出方程组的解即可．

【详解】

解：过点 B 作 $BD \perp AC$ 于点 D ，



\therefore 在 $Rt\triangle ACB$ 中， $BC = AC \cdot \cos \angle ACB = 2\sqrt{3}$ ，

\therefore 在 $Rt\triangle BCD$ 中， $CD = BC \cdot \cos \angle ACB = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3$ ， $BD = \frac{1}{2} BC = \sqrt{3}$ ，

$\therefore AD = AC - CD = 4 - 3 = 1$ ，

设 $A(m, \frac{2\sqrt{3}}{m})$ ， $B(n, \frac{2\sqrt{3}}{n})$ ，

依题意知 $0 > n > m$, 故 $BD = n - m$, $AD = \frac{2\sqrt{3}}{m} - \frac{2\sqrt{3}}{n}$,

$$\therefore \begin{cases} n - m = \sqrt{3} \\ \frac{2\sqrt{3}}{m} - \frac{2\sqrt{3}}{n} = 1 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} m = -2\sqrt{3} \\ n = -\sqrt{3} \end{cases},$$

\therefore 点 B 的坐标为 $(-\sqrt{3}, -2)$,

故答案为: $(-\sqrt{3}, -2)$.

【点睛】

本题主要考查反比例函数与平面几何的综合以及解直角三角形，熟练掌握反比例函数图像上的点的坐标特征，是解题的关键．

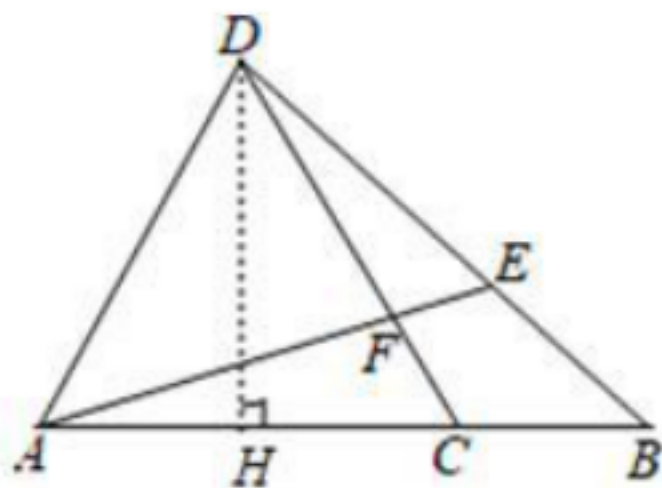
16. $\frac{8\sqrt{6}}{3}$

【分析】

作 $DH \perp AC$ 于点 H ，根据等边三角形的性质和勾股定理可得 BD 的长，利用 $\triangle ADE \sim \triangle BAD$ ，对应边成比例即可解决问题．

【详解】

解：如图，作 $DH \perp AC$ 于点 H ，



$\because \triangle ADC$ 是等边三角形，

$$\therefore AD=DC=AC=8, AH=CH=\frac{1}{2}AC=4,$$

$$\therefore DH=\sqrt{DC^2-CH^2}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3},$$

$$\therefore AC=(\sqrt{3}+1)CB,$$

$$\therefore CB=\frac{8}{\sqrt{3}+1}=4(\sqrt{3}-1),$$

$$\therefore BH=CB+CH=4(\sqrt{3}-1)+4=4\sqrt{3},$$

$$\therefore BD=\sqrt{DH^2+BH^2}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+(4\sqrt{3})^2}=4\sqrt{6},$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle BAD$ 中， $\angle AED = \angle BAD = 60^\circ$ ， $\angle ADE = \angle BDA$ ，

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle BDA,$$

$$\therefore \frac{DE}{AD} = \frac{AD}{BD},$$

$$\therefore DE = \frac{AD^2}{BD} = \frac{64}{4\sqrt{6}} = \frac{8\sqrt{6}}{3}.$$

故答案为： $\frac{8\sqrt{6}}{3}$ ．|

【点睛】

本题考查了相似三角形的判定和性质，找到相似三角形是解题的关键．

$$17. (1) \frac{1}{2} + \sqrt{3}; (2) -\frac{1}{3}$$

【分析】

(1) 先求特殊角的三角函数值，然后进行二次根式的混合运算；

(2) 利用比例的性质得到 $b=2a$ ，再把 $b=2a$ 代入 $\frac{a-b}{a+b}$ 中，然后化简即可．

【详解】

$$(1) \text{ 原式} = 2 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 + \sqrt{3} - \frac{1}{2}$$

$$= 1 + \sqrt{3} - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} + \sqrt{3} ;$$

$$(2) \because \frac{a}{b} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore b = 2a,$$

$$\therefore \frac{a-b}{a+b} = \frac{a-2a}{a+2a} = -\frac{1}{3}.$$

【点睛】

本题主要特殊用三角函数以及分式的求值，熟练掌握特殊用的三角函数值以及二次根式的混合运算法则，是解题的关键．

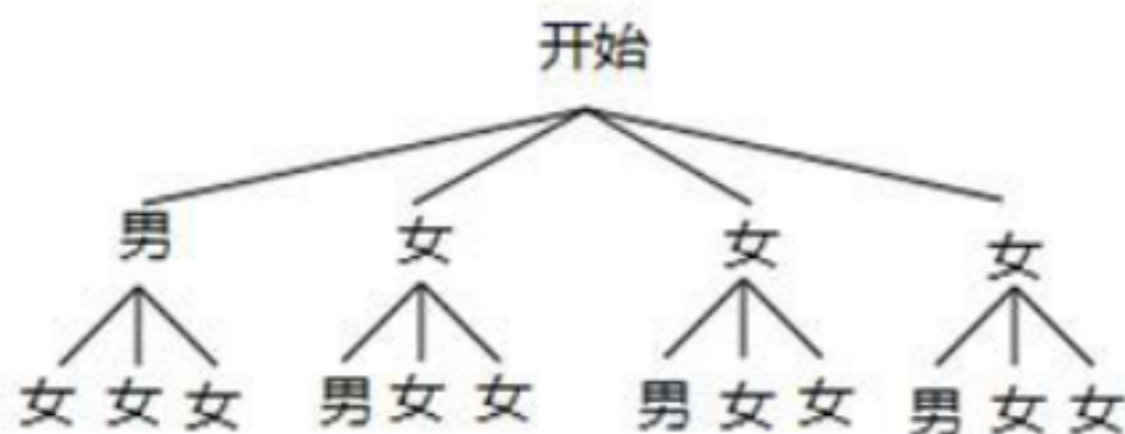
18. 见解析， $\frac{1}{2}$

【分析】

根据题意，可以画出相应的树状图，从而可以求得恰好选到“1男1女”的概率．

【详解】

解：树状图如下图所示，



由树状图知共有12种等可能结果，其中恰好选到“1男1女”的有6种结果，

所以恰好选到“1男1女”的概率是 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ ．

【点睛】

本题考查列表法与树状图法，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答．

19. (1) 3:1; (2) ① 见解析; ② 见解析

【分析】

(1) 如图①中，利用平行线的性质求解即可．

(2) ① 如图②中，取格点 E, F ，连接 EF 交 AB 于点 P ，点 P 即为所求作．

② 如图③中，取格点 T ，连接 CT 交 BD 于点 P ，连接 PA ，点 P 即为所求作．

【详解】

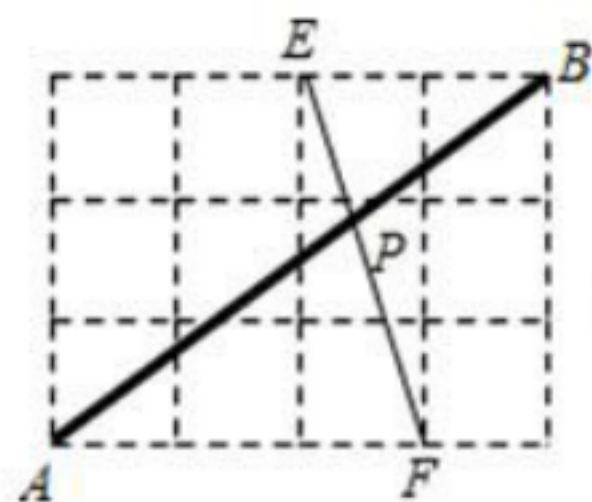
解：(1) 如图①中， $\because AB \parallel CD$ ，

$$\therefore \frac{PA}{PD} = \frac{AB}{CD} = \frac{3}{1},$$

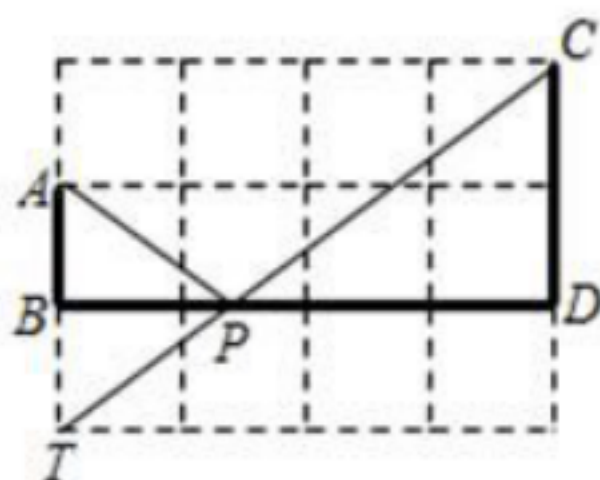
故答案为：3：1．

(2) ① 如图② 中，点 P 即为所求作．

② 如图③ 中，点 P 即为所求作．



图②



图③

【点睛】

本题考查了作图-应用与设计，相似三角形的判定和性质等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题．

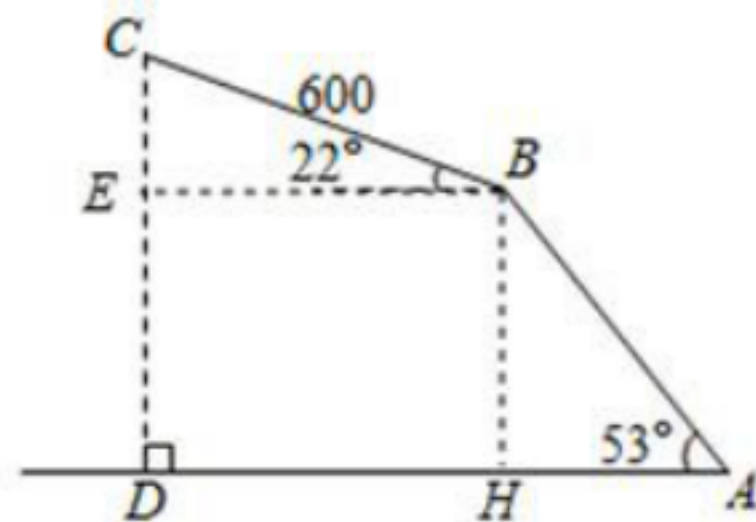
20．852m

【分析】

过 B 作 $BE \perp CD$ 于点 E, 过 B 作 $BH \perp AD$ 于点 H, 通过证明四边形 BEDH 是矩形, 得到 $DE=BH$, $BE=DH$, 再根据三角函数的性质, 分别计算得 BE、AH 的长, 即可完成求解.

【详解】

如图, 过 B 作 $BE \perp CD$ 于点 E, 过 B 作 $BH \perp AD$ 于点 H



又 $\because CD \perp AD$

∴ 四边形 **BEDH** 是矩形，

∴ **DE=BH**，**BE=DH**，

在 $\text{Rt}\triangle \text{BCE}$ 中，

∴ **BC=600**， **$\angle \text{CBE}=22^\circ$**

∴ **$\text{CE}=\text{BC}\cdot\sin 22^\circ=600\times 0.37=222\text{m}$** ， **$\text{BE}=\text{BC}\cdot\cos 22^\circ=600\times 0.92=552\text{m}$**

∴ **DH=BE=552m**

∴ **CD=612m**，

∴ **BH=DE=CD-CE=612-222=390m**

在 $\text{Rt}\triangle \text{ABH}$ 中，

∴ **$\angle \text{BAH}=53^\circ$**

∴ **$\tan 53^\circ = \frac{BH}{AH}$**

$$\therefore AH = \frac{390}{1.3} = 300\text{m}$$

$$\therefore AD = AH + DH = 300 + 552 = 852\text{m}$$

\therefore 该数学小组行进的水平距离 AD 为 852m .

【点睛】

本题考查了矩形、三角函数的知识；解题的关键是熟练掌握矩形、三角函数的性质，从而完成求解.

$$21. (1) y = \frac{12}{x}; (2) x < 0 \text{ 或 } 2 < x < 12; (3) E(0, 6) \text{ 或 } (0, 8)$$

【分析】

(1) 由直线 $y = -\frac{1}{2}x + 7$ 求得 A 的坐标, 然后根据待定系数法即可求得反比例函数的解析式;

(2) 解析式联立, 解方程组即可求得 B 的坐标, 然后根据图象即可求得不等式 $\frac{m}{x} < -\frac{1}{2}x + 7$ 的解集;

(3) 设 $E(0, n)$, 求得点 C 的坐标, 然后根据三角形面积公式得到 $S_{\triangle AEB} = S_{\triangle BCE} - S_{\triangle ACE}$
 $= \frac{1}{2} |7 - n| \times (12 - 2) = 5$, 解得即可.

【详解】

解: (1) 把 $x = 2$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x + 7$ 得, $y = 6$,

$\therefore A(2, 6)$,

\because 反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象经过 A 点,

$\therefore m = 2 \times 6 = 12$,

\therefore 反比例函数的表达式为 $y = \frac{12}{x}$;

(2) 由 $\begin{cases} y = \frac{12}{x} \\ y = -\frac{1}{2}x + 7 \end{cases}$, 得 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 12 \\ y = 1 \end{cases}$,

$$\therefore B(12, 1),$$

由图象可知，不等式 $\frac{m}{x} < -\frac{1}{2}x+7$ 的解集是： $x < 0$ 或 $2 < x < 12$ ；

$$(3) \text{ 设 } E(0, n),$$

\because 直线 $y = -\frac{1}{2}x+7$ 与 y 轴交于点 C ,

$$\therefore C(0, 7),$$

$$\therefore CE = |7 - n|,$$

$$\therefore S_{\triangle AEB} = S_{\triangle BCE} = S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} |1-n| \times (12-2) = 5,$$

解得, $n=6$ 或 $n=8$,

$\therefore E(0, 6)$ 或 $(0, 8)$.

【点睛】

本题主要考查反比例函数与一次函数的综合, 掌握反比例函数图像上的点的坐标特征以及待定系数法, 是解题的关键.

22. (1) $y = -100x + 5000$ ($6 \leq x \leq 30$); (2) 当销售单价定为 28 元时, 销售这种防疫包的日获利 w 最大, 最大利润为 48400 元

【分析】

(1) 观察可得该函数图象是一次函数, 设出一次函数解析式为: $y = kx + b$ ($k \neq 0$), 把其中两点代入即可求得该函数解析式;

(2) 根据销售利润 = 每个商品的利润 \times 销售量, 把二次函数的关系式配方变为顶点式即可求得相应的最大利润.

【详解】

解：(1) 设 y 与 x 的函数关系式为： $y = kx + b (k \neq 0)$,

把 $x = 7$, $y = 4300$ 和 $x = 8$, $y = 4200$ 代入得,

$$\begin{cases} 7k + b = 4300 \\ 8k + b = 4200 \end{cases},$$

解得, $\begin{cases} k = -100 \\ b = 5000 \end{cases},$

$$\therefore y = -100x + 5000 \quad (6 \leq x \leq 30);$$

$$(2) w = (x - 6)(-100x + 5000)$$

$$= -100(x-28)^2 + 48400$$

$\therefore a = -100 < 0$ ，对称轴为 $x = 28$ ，

\therefore 当 $x = 28$ 时， w 有最大值为 48400 元，

\therefore 当销售单价定为 28 时，销售这种板栗日获利最大，最大利润为 48400 元；

【点睛】

本题考查了二次函数的应用，二次函数的性质，利用函数思想解决问题是本题的关键．

23. (1) ① 四边形 $ABCD$ 是平衡四边形，见解析；② $\sin \angle DAC$ 的值为 $\frac{\sqrt{11}}{6}$ 或 $\frac{\sqrt{91}}{10}$ ；(2) $AB = 6$

【分析】

(1) ① 由勾股定理可求 BD 的长，由平衡四边形的定义可求解；

② 分两种情况讨论，由勾股定理和锐角三角函数可求解；

(2) 由相似三角形的性质可求 $DO = \frac{4}{\sqrt{4+x^2}}$ ， $AO = \frac{2x}{\sqrt{4+x^2}}$ ，进而可求 BO 的长，由三角

形的面积关系可列方程，即可求解。

【详解】

解：(1) ① 四边形 $ABCD$ 是平衡四边形，

理由如下： $\because \angle DAB=90^\circ$ ， $AD=3$ ， $AB=4$ ，

$$\therefore BD = \sqrt{AD^2 + AB^2} = \sqrt{9 + 16} = 5,$$

$$\because BD=AC,$$

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平衡四边形；

② 如图 1-1，当 $CD=AC=5$ 时，过点 C 作 $CH \perp AD$ 于 H ，

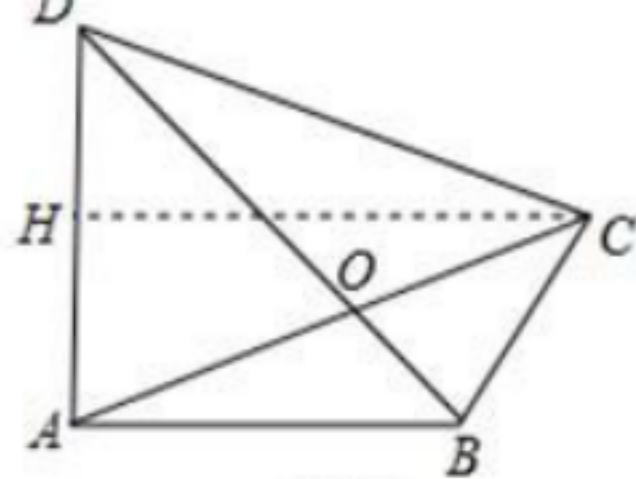


图1-1

$$\therefore CD=AC, CH \perp AD,$$

$$\therefore AH=DH=\frac{3}{2},$$

$$\therefore CH=\sqrt{AC^2-AH^2}=\sqrt{25-\frac{9}{4}}=\frac{\sqrt{91}}{2},$$

$$\therefore \sin \angle DAC=\frac{CH}{AC}=\frac{\sqrt{91}}{5}=\frac{\sqrt{91}}{10},$$

如图 1-2, 当 $AD=CD=3$ 时, 过点 D 作 $DG \perp AC$ 于 G ,

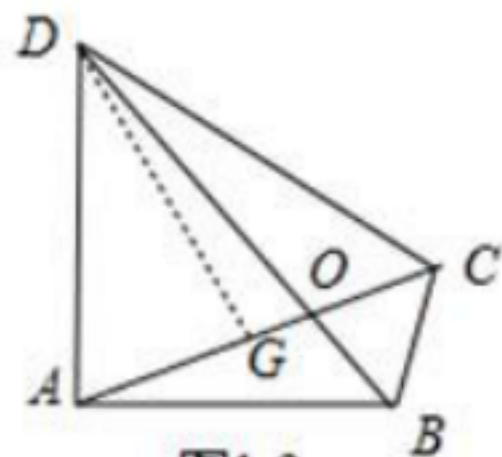


图1-2

$$\because AD=CD=3, DG \perp AC,$$

$$\therefore AG=CG=\frac{5}{2},$$

$$\therefore DG=\sqrt{AD^2-AG^2}=\sqrt{9-\frac{25}{4}}=\frac{\sqrt{11}}{2},$$

$$\therefore \sin \angle DAC=\frac{DG}{AD}=\frac{\frac{\sqrt{11}}{2}}{3}=\frac{\sqrt{11}}{6},$$

综上所述： $\sin \angle DAC$ 的值为 $\frac{\sqrt{11}}{6}$ 或 $\frac{\sqrt{91}}{10}$ ；

(2) \because 四边形 $ABCD$ 是平衡四边形，

$$\therefore AC=BD,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC}-S_{\triangle ADB}=12,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times AC \times OB - \frac{1}{2} \times BD \times OA = 12,$$

$$\text{设 } AB=x,$$

$$\therefore BD=AC=\sqrt{AD^2+AB^2}=\sqrt{4+x^2},$$

$$\therefore AC \perp BD,$$

$$\therefore \angle AOD=\angle AOB=\angle DAB=90^{\circ},$$

$$\therefore \angle DAO+\angle BAO=90^{\circ}=\angle DAO+\angle ADO,$$

$$\therefore \angle BAO=\angle ADO,$$

$$\therefore \triangle ADO \sim \triangle BDA,$$

$$\therefore \frac{AD}{BD}=\frac{DO}{AD}=\frac{AO}{AB},$$

$$\therefore \frac{2}{\sqrt{4+x^2}}=\frac{DO}{2}=\frac{AO}{x},$$

$$\therefore DO = \frac{4}{\sqrt{4+x^2}}, AO = \frac{2x}{\sqrt{4+x^2}},$$

$$\therefore BO = DB - DO = \frac{x^2}{\sqrt{4+x^2}},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times \sqrt{4+x^2} \times \frac{x^2}{\sqrt{4+x^2}} - \frac{1}{2} \times \sqrt{4+x^2} \times \frac{2x}{\sqrt{4+x^2}} = 12,$$

$$\therefore (x+4)(x-6) = 0,$$

$$\therefore x_1 = -4 \text{ (舍去)}, x_2 = 6,$$

$$\therefore AB = 6.$$

【点睛】

本题是四边形综合题，考查了勾股定理，锐角三角函数，相似三角形的判定和性质等知识，理解新定义并运用是本题的关键．

$$24. (1) \text{劣弧 } AB \text{ 的度数是 } 120^\circ; (2) \textcircled{1} AG = \frac{3}{2}; \textcircled{2} y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2x^2}$$

【分析】

(1) 如图 1，连接 OA ， OB ，根据垂径定理和圆心角与圆周角的关系可得 $\angle AOB = 120^\circ$ ，由弧的度数等于对应圆心角的度数可得结论；

(2) $\textcircled{1}$ 先根据垂径定理得： $AE = BE = 1$ ， $\angle AEC = 90^\circ$ ，根据三角函数可得 CE 的长，设 $OE = x$ ，则 $OC = 2 - x = OB$ ，利用勾股定理列方程可得 OE 的长，最后根据三角形中位线定理可得 AG 的长； $\textcircled{2}$ 证明 $\triangle GAF \sim \triangle OCF$ ，则 $\frac{FG}{OF} = \frac{AG}{OC}$ ，表示 $\frac{FG}{OF} = \frac{2y}{1-y}$ ，则

$\frac{AG}{OC} = \frac{2OE}{OC} = \frac{2OE}{OA} = \frac{2y}{1-y}$ ，根据已知的三角函数可得 $AE = \frac{OA + OE}{x}$ ，最后根据勾股定理列

方程为 $OA^2 = OE^2 + AE^2$ ，可得 $1 = \left(\frac{OE}{OA}\right)^2 + \frac{1}{x^2} \left(\frac{OE}{OA} + 1\right)^2$ ，设 $\frac{OE}{OA} = a$ ，则原方程变形为：

$a^2 + \frac{1}{x^2}(a^2 + 2a + 1) - 1 = 0$ ，解出可得 $a_1 = -1$ (舍)， $a_2 = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ ，从而可得结论．

【详解】

解：(1) 如图 1，连接 OA ， OB ，

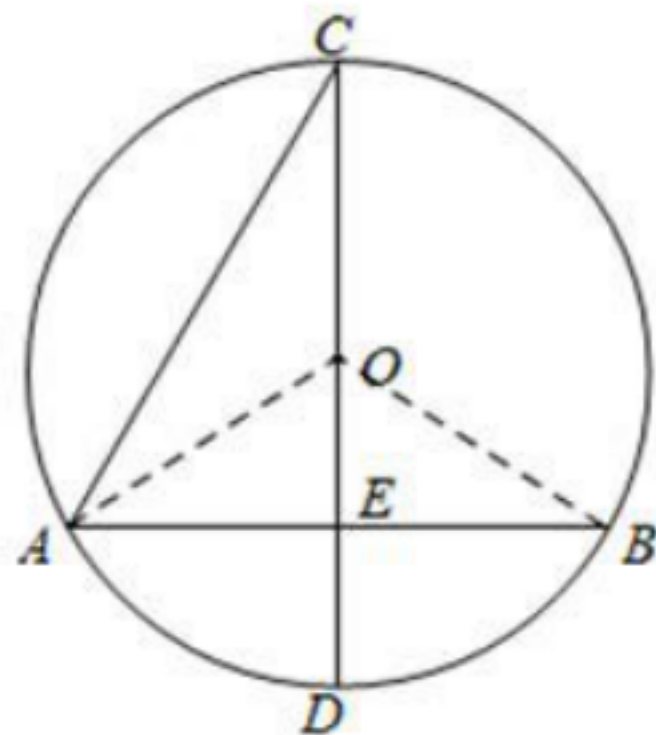


图 1

$\because CD$ 是 $\odot O$ 的直径，弦 $AB \perp CD$ ，

$$\therefore AD = BD,$$

$$\therefore \angle AOD = \angle BOD,$$

$$\because \angle ACD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 120^\circ,$$

\therefore 劣弧 AB 的度数是 120° ;

$$(2) \textcircled{1} \because CD \perp AB,$$

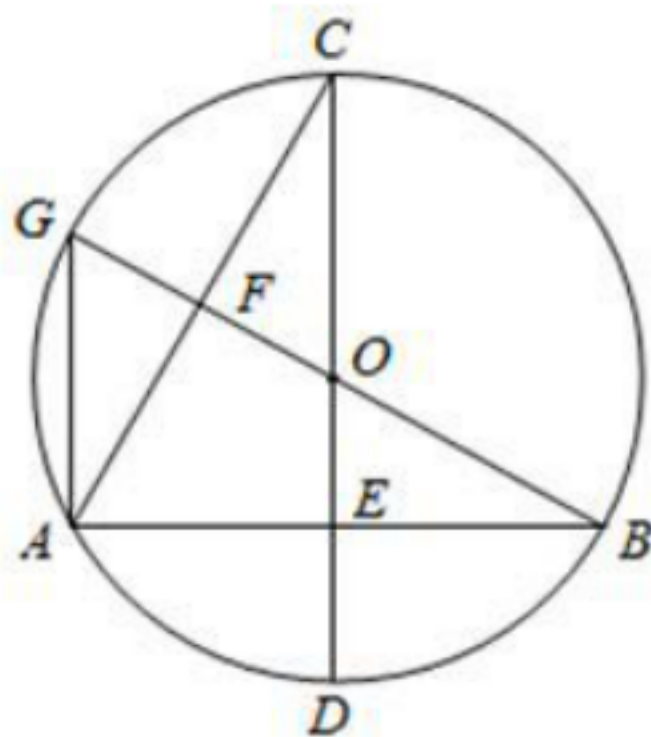


图 2

$$\therefore AE=BE=1, \angle AEC=90^{\circ},$$

$$\text{在 } Rt\triangle AEC \text{ 中, } \tan \angle CAE = \frac{CE}{AE} = 2,$$

$$\therefore CE=2,$$

$$\text{设 } OE=x, \text{ 则 } OC=2-x=OB,$$

$$\text{在 } Rt\triangle OEB \text{ 中, 由勾股定理得: } OB^2=OE^2+BE^2,$$

$$\text{即 } (2-x)^2=x^2+1,$$

$$\text{解得: } x=\frac{3}{4},$$

$$\therefore OE = \frac{3}{4},$$

$$\therefore OG = OB, AE = BE,$$

$\therefore OE$ 是 $\triangle AGB$ 的中位线,

$$\therefore AG = 2OE = \frac{3}{2};$$

② $\because BG$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle BAG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAG = \angle BEO = 90^\circ,$$

$$\therefore OC \parallel AG,$$

$$\therefore \angle C = \angle GAC,$$

$$\therefore \angle GFA = \angle OFC,$$

$$\therefore \triangle GAF \sim \triangle OCF,$$

$$\therefore \frac{FG}{OF} = \frac{AG}{OC},$$

$$\therefore \frac{GF}{BF} = y, \text{ 且 } GF + BF = 2OG,$$

$$\therefore OG = \frac{y+1}{2y} GF,$$

$$\therefore OF = OG - GF,$$

$$\therefore OF = \frac{1-y}{2y} GF,$$

$$\therefore \frac{FG}{OF} = \frac{2y}{1-y},$$

如图 3, 连接 OA ,

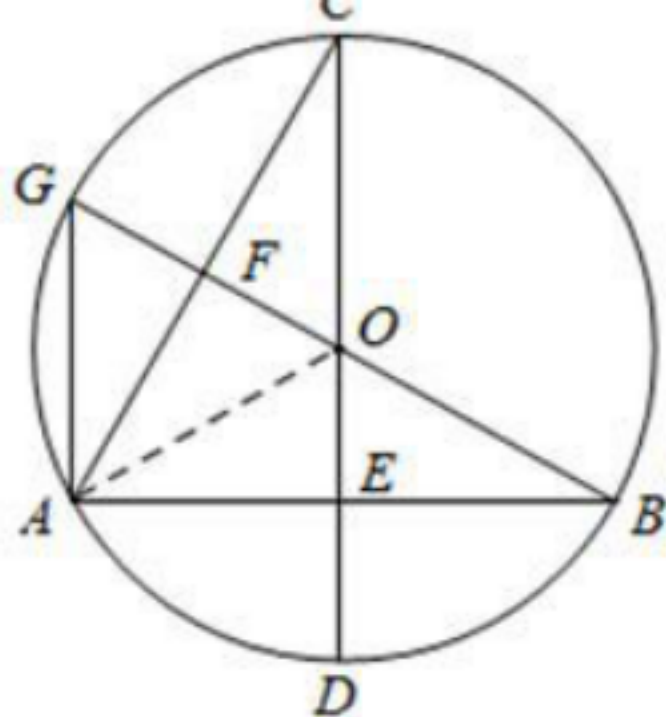


图3

$$\because OA=OC, AG=2OE,$$

$$\therefore \frac{AG}{OC} = \frac{2OE}{OC} = \frac{2OE}{OA} = \frac{2y}{1-y},$$

$$\because \tan \angle CAE = \frac{CE}{AE} = x,$$

$$\therefore CE = x \cdot AE = OA + OE,$$

$$\therefore AE = \frac{OA + OE}{x},$$

$$\text{Rt}\triangle AOE \text{ 中, } OA^2 = OE^2 + AE^2,$$

$$\therefore OA^2 = OE^2 + \left(\frac{OA+OE}{x} \right)^2, \text{ 即 } OA^2 = OE^2 + \frac{1}{x^2} (OA^2 + 2OA \cdot OE + OE^2),$$

$$\text{两边同时除以 } OA^2, \text{ 得: } 1 = \left(\frac{OE}{OA} \right)^2 + \frac{1}{x^2} \left(\frac{OE}{OA} + 1 \right)^2,$$

$$\text{设 } \frac{OE}{OA} = a, \text{ 则原方程变形为: } a^2 + \frac{1}{x^2} (a^2 + 2a + 1) - 1 = 0,$$

$$\therefore \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) a^2 + \frac{2a}{x^2} + \frac{1}{x^2} - 1 = 0,$$

$$\therefore (a+1) \left[\left(1 + \frac{1}{x^2} \right) a + \left(\frac{1}{x^2} - 1 \right) \right] = 0,$$

$$\therefore a+1=0 \text{ 或 } \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) a + \left(\frac{1}{x^2} - 1 \right) = 0,$$

$$\because 1 + \frac{1}{x^2} \neq 0,$$

$$\therefore a_1 = -1 \text{ (舍)}, a_2 = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1},$$

$$\therefore \frac{OE}{OA} = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1},$$

$$\therefore \frac{2(x^2 - 1)}{x^2 + 1} = \frac{2y}{1 - y},$$

$$\therefore y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2x^2}.$$

【点睛】

本题考查的是圆周角定理，圆心角与弧的关系，垂径定理的应用，锐角三角函数的应用，一元二次方程的解法，三角形的相似的判定与性质，掌握以上知识是解题的关键．

VV99.net

免费文档下载