

# 2025 学年七年级数学下学期期中模拟卷（人教版）

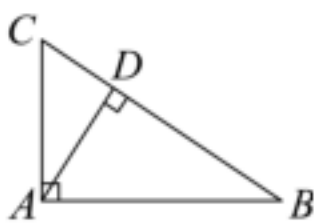
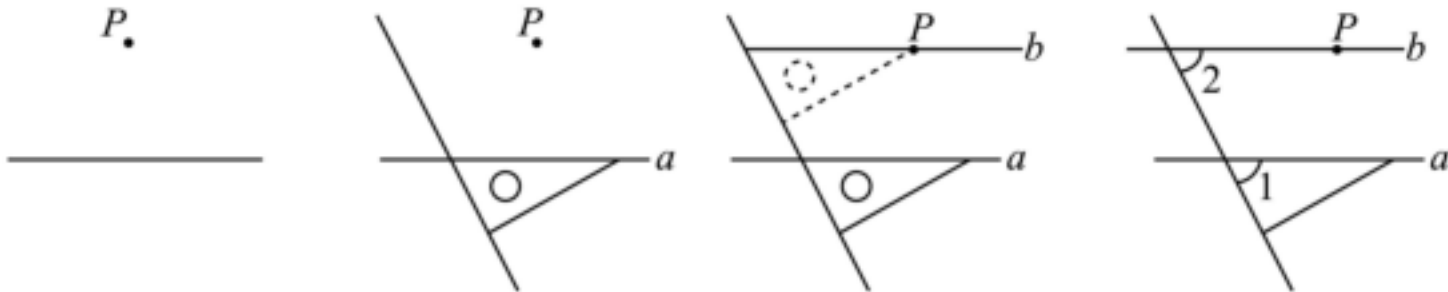
（考试时间：120分钟 试卷满分：120分）

注意事项：

1. 本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分。答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答第I卷时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。
3. 回答第II卷时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
4. 测试范围：第五章、第六章、第七章，难度系数：0.6。
5. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

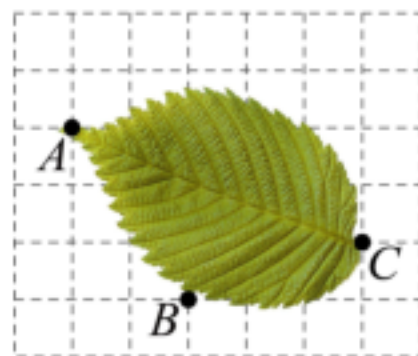
## 第I卷

### 一、单选题

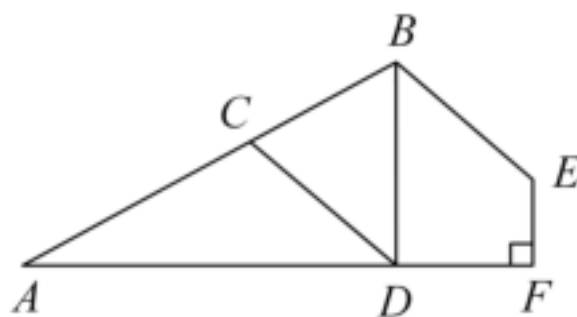
1. 在实数 $\sqrt{5}$ ,  $\frac{7}{22}$ ,  $\sqrt[3]{-8}$ ,  $0$ ,  $-1.41$ ,  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\sqrt{36}$ ,  $0.1010010001$ 中，无理数有（ ）个  
A. 2                      B. 4                      C. 3                      D. 5
2. 在下列各对数中，互为相反数的是（ ）  
A.  $-\frac{1}{3}$ 与 $-3$       B.  $|-\sqrt{3}|$ 与 $\sqrt{3}$       C.  $\sqrt[3]{-9}$ 与 $-\sqrt[3]{9}$       D.  $\sqrt[3]{-8}$ 与 $\sqrt{(-2)^2}$
3. 若点 $A(2, m)$ 在 $x$ 轴上，则点 $B(m-1, m-4)$ 在（ ）  
A. 第四象限      B. 第三象限      C. 第二象限      D. 第一象限
4. 关于代数式 $3 - \sqrt{x+4}$ 的说法正确的是（ ）  
A.  $x=0$ 时最      B.  $x=0$ 时最小      C.  $x=-4$ 时最大      D.  $x=-4$ 时最小
5. 如图， $AB \perp AC$ ,  $AD \perp BC$ , 垂足分别为 $A$ ,  $D$ , 则图中线段的长度可以作为点到直线的距离的有（ ）  
  
A. 2条                      B. 3条                      C. 4条                      D. 5条
6. 如图，过直线外一点画已知直线的平行线的方法叫“推平行线”法（图中三角形 $ABC$ 是三角板），其依据是（ ）  


- A. 同旁内角互补，两直线平行
- B. 两直线平行，同旁内角互补
- C. 同位角相等，两直线平行
- D. 两直线平行，同位角相等

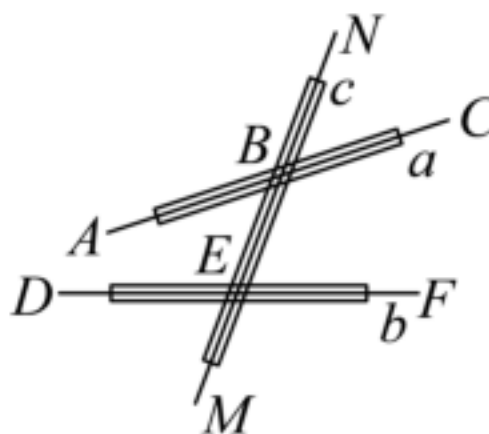
7. 如图，是一片树叶标本，将其放在平面直角坐标系中，表示叶片尖端 $A$ ， $B$ 两点的坐标分别为 $(-3,3)$ ， $(-1,0)$ ，则叶柄底部点 $C$ 的坐标为（ ）



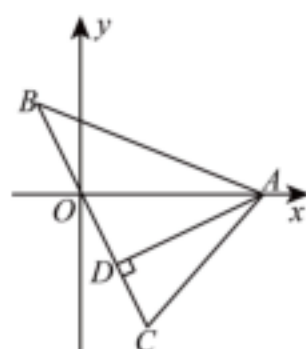
- A.  $(2,0)$       B.  $(2,1)$       C.  $(1,0)$       D.  $(1,-1)$
8. 若 $\sqrt{10404} = 102$ ，则 $\sqrt{x} = 10.2$ 中的 $x$ 等于（ ）
- A.  $1040.4$       B.  $10.404$       C.  $104.04$       D.  $1.0404$
9. 如图， $BE \parallel CD$ ， $BD$ 平分 $\angle CBE$ ， $\angle CBE = 110^\circ$ ， $\angle E = 125^\circ$ ，则 $\angle ADC$ 度数是（ ）



- A.  $35^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $25^\circ$       D.  $30^\circ$
10. 如图，木条 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 用螺丝固定在木板上，且 $\angle ABM = 50^\circ$ ， $\angle DEM = 70^\circ$ ，将木条 $a$ 、木条 $b$ 、木条 $c$ 看作是在同一平面内的三条直线 $AC$ 、 $DF$ 、 $MN$ ，若使直线 $AC$ 、直线 $DF$ 达到平行的位置关系，则下列描述错误的是（ ）

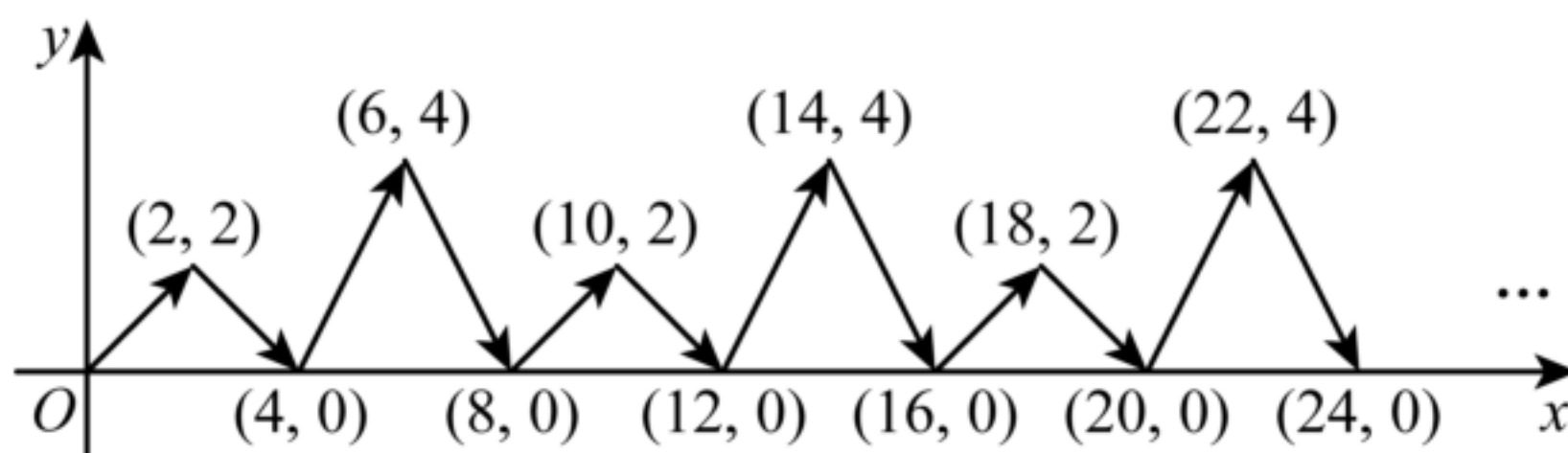


- A. 木条 $b$ 、 $c$ 固定不动，木条 $a$ 绕点 $B$ 顺时针旋转 $20^\circ$
- B. 木条 $b$ 、 $c$ 固定不动，木条 $a$ 绕点 $B$ 逆时针旋转 $160^\circ$
- C. 木条 $a$ 、 $c$ 固定不动，木条 $b$ 绕点 $E$ 逆时针旋转 $20^\circ$
- D. 木条 $a$ 、 $c$ 固定不动，木条 $b$ 绕点 $E$ 顺时针旋转 $110^\circ$
11. 如图，边 $BC$ 经过原点 $O$ ，点 $A$ 在 $x$ 轴上， $AD \perp BC$ 于点 $D$ ，若点 $B(m,2)$ ， $C(n,-3)$ ， $A(4,0)$ ，则 $BC \cdot AD$ 的值是（ ）



- A. 8      B. 12      C. 16      D. 20

12. 如图, 动点 $M$ 按图中箭头所示方向运动, 第1次从原点运动到点 $(2, 2)$ , 第2次运动到点 $(4, 0)$ , 第3次运动到点 $(6, 4)$ , ..., 按这样的规律运动, 则第2024次运动到点 ( )

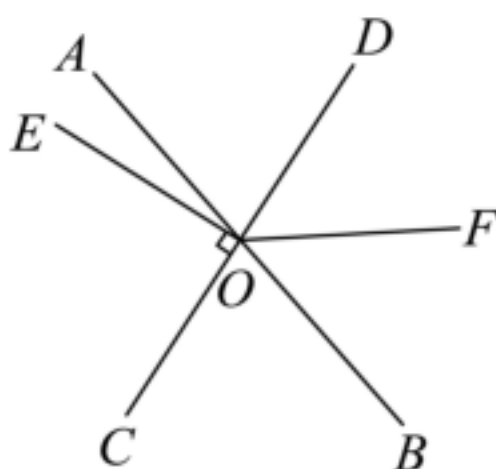


- A.  $(2024, 2)$       B.  $(4048, 0)$       C.  $(2024, 4)$       D.  $(4048, 4)$

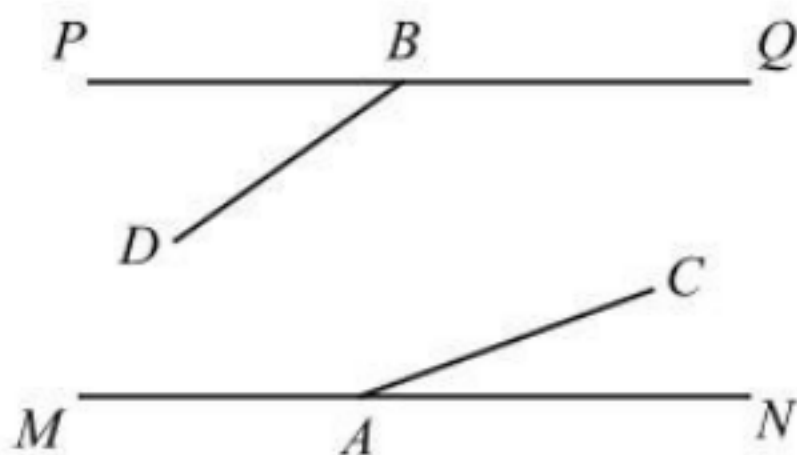
## 第II卷 (非选择题)

### 二、填空题

13. 若一个正数的两个平方根分别为 $3a + 2$ 和 $a + 2$ , 则这个数是\_\_\_\_\_.
14. 比较大小:  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  \_\_\_\_\_  $\frac{1}{2}$  (填 $>$ ,  $<$ 或 $=$ ).
15. 点 $P(m + 2, 2m + 1)$ 向右平移1个单位长度后, 正好落在 $y$ 轴上, 则 $m =$ \_\_\_\_\_.
16. 若经过点 $M(3, -2)$ 与点 $N(x, y)$ 的直线平行于 $x$ 轴, 且点 $N$ 到 $y$ 轴的距离等于9, 则 $N$ 点的坐标是\_\_\_\_\_.
17. 如图, 直线 $AB$ 、 $CD$ 相交于点 $O$ ,  $OE \perp CD$ ,  $OF$ 平分 $\angle BOD$ , 若 $\angle AOE + \angle BOF = 66^\circ$ , 则 $\angle BOC =$ \_\_\_\_\_°.



18. 如图, 已知 $PQ \parallel MN$ , 点 $A$ ,  $B$ 分别在 $MN$ ,  $PQ$ 上, 射线 $AC$ 自射线 $AN$ 的位置开始, 以每秒 $4^\circ$ 的速度绕点 $A$ 逆时针旋转至 $AM$ 便立即顺时针回转当和 $AN$ 重合时停止运动, 射线 $BD$ 自射线 $BP$ 的位置开始, 以每秒 $1^\circ$ 的速度绕点 $B$ 逆时针旋转至 $BQ$ 后停止运动. 若射线 $BD$ 先转动30秒, 射线 $AC$ 才开始转动, 当射线 $AC$ 与 $BD$ 互相平行时, 射线 $BD$ 的旋转时间为\_\_\_\_\_秒.



### 三、解答题

19. 计算:

$$(1) \sqrt[3]{\frac{8}{27}} - \left(-\frac{1}{3}\right) + |\sqrt{3} - 2|$$

$$(2) \sqrt[3]{-64} - \sqrt{9} \times \sqrt[3]{(-5)^3} + \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2}$$

20. 求下列各式中的 $x$ 的值:

$$(1) x^2 - \frac{121}{49} = 0$$

$$(2) (x + 3)^3 - 27 = 0$$

21. 如图,  $F$ 是 $BC$ 上一点,  $FG \perp AC$ 于点 $G$ ,  $H$ 是 $AB$ 上一点,  $HE \perp AC$ 于点 $E$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ , 求证:  $DE \parallel BC$ .

证明: 连接 $EF$

$\because FG \perp AC, HE \perp AC,$

$\therefore \angle FGC = \angle HEC = 90^\circ$  ( ).

$\therefore$  \_\_\_\_\_  $\parallel$  \_\_\_\_\_ ( ).

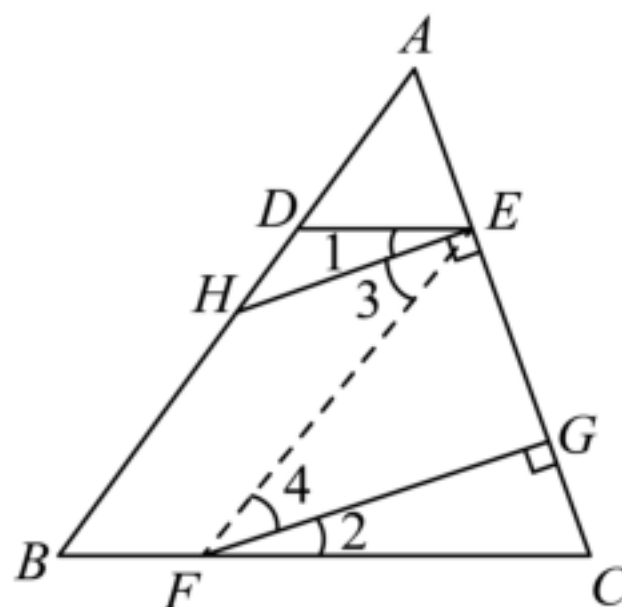
$\therefore \angle 3 = \angle$  \_\_\_\_\_ ( ).

又 $\because \angle 1 = \angle 2,$

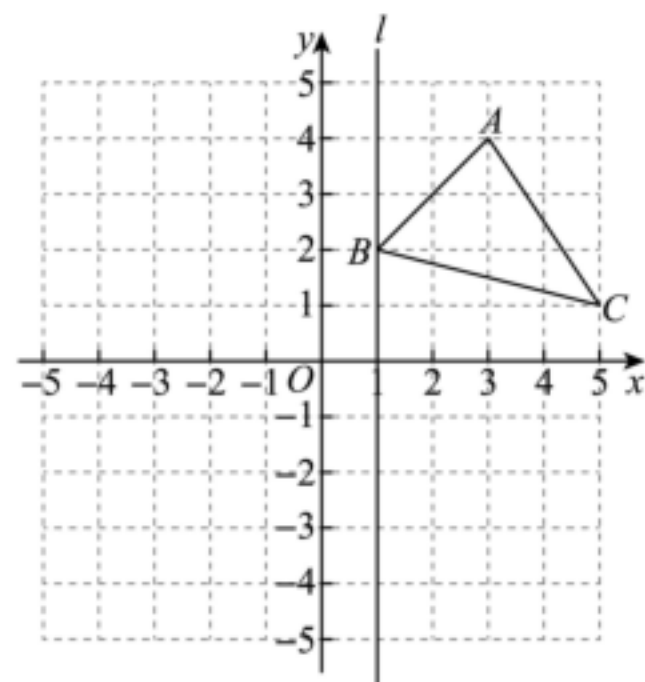
$\therefore \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle$  \_\_\_\_\_ (等式的性质).

即 $\angle DEF = \angle EFC$

$\therefore DE \parallel BC$  ( ).



22. 如图, 在平面直角坐标系中,  $\triangle ABC$ 的顶点都在网格点上, 将 $\triangle ABC$ 先向下平移5个单位长度, 再向左平移4个单位长度得到 $\triangle A_1B_1C_1$ .

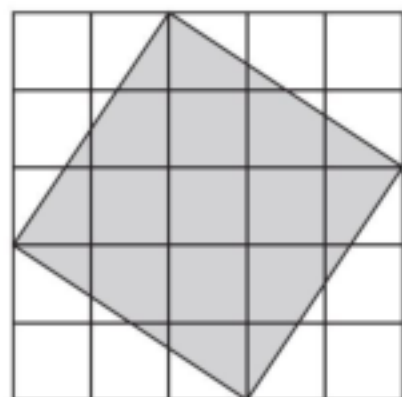


(1)请在图中画出 $\triangle A_1B_1C_1$ , 并直接写出 $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积;

(2)若 $\triangle ABC$ 内有一点 $P(a, b)$ 经过上述平移后的对应点为 $P_1$ ，写出点 $P_1$ 的坐标；

(3)如图，直线 $l$ 经过点 $B$ ，且与 $x$ 轴垂直，若点 $Q$ 在直线 $l$ 上，且 $\triangle QBC$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积，直接写出点 $Q$ 的坐标.

23. 如图，每个小正方形的边长为1，阴影部分是一个正方形.



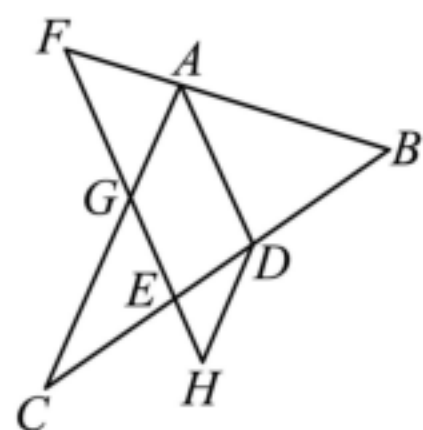
(1)图中阴影正方形的面积是\_\_\_\_\_，边长是\_\_\_\_\_.

(2)已知 $x$ 为阴影正方形的边长的小数部分， $y$ 为 $\sqrt{15}$ 的整数部分. 求：

① $x, y$ 的值；

② $x + y$ 的相反数.

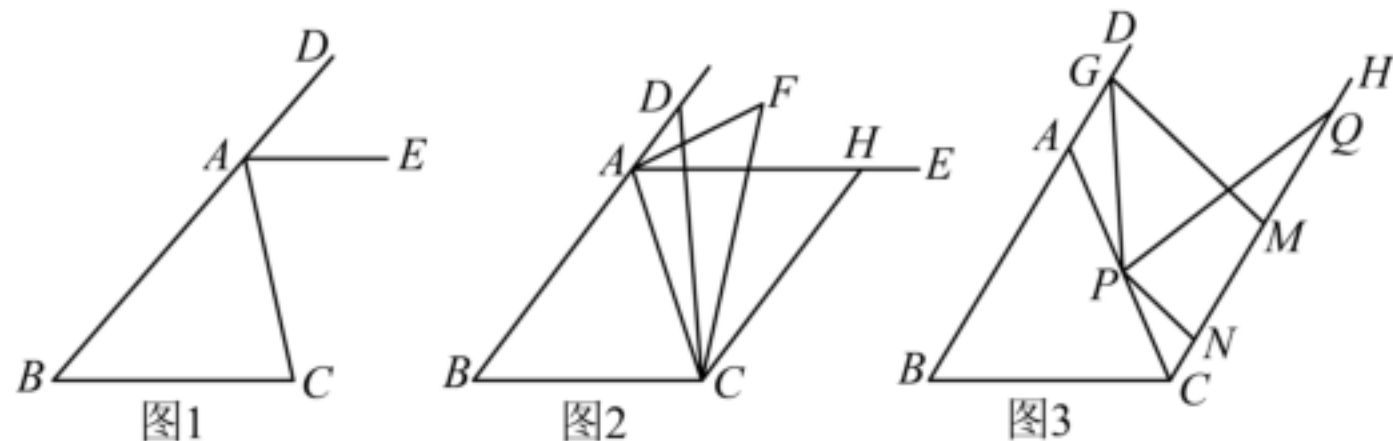
24. 如图，在三角形 $ABC$ 中， $AD$ 平分 $\angle BAC$ 交 $BC$ 于点 $D$ ，点 $F$ 在 $BA$ 的延长线上，点 $E$ 在线段 $CD$ 上， $EF$ 与 $AC$ 相交于点 $G$ ， $\angle BDA + \angle CEG = 180^\circ$ .



(1) $AD$ 与 $EF$ 平行吗？请说明理由；

(2)点 $H$ 在 $FE$ 的延长线上，连接 $DH$ ，若 $\angle EDH = \angle C$ ， $\angle F = 2\angle H - 40^\circ$ ，求 $\angle BAC$ .

25. 如图1, 已知三角形 $ABC$ ,  $D$ 是线段 $BA$ 延长线上一点,  $AE \parallel BC$ .

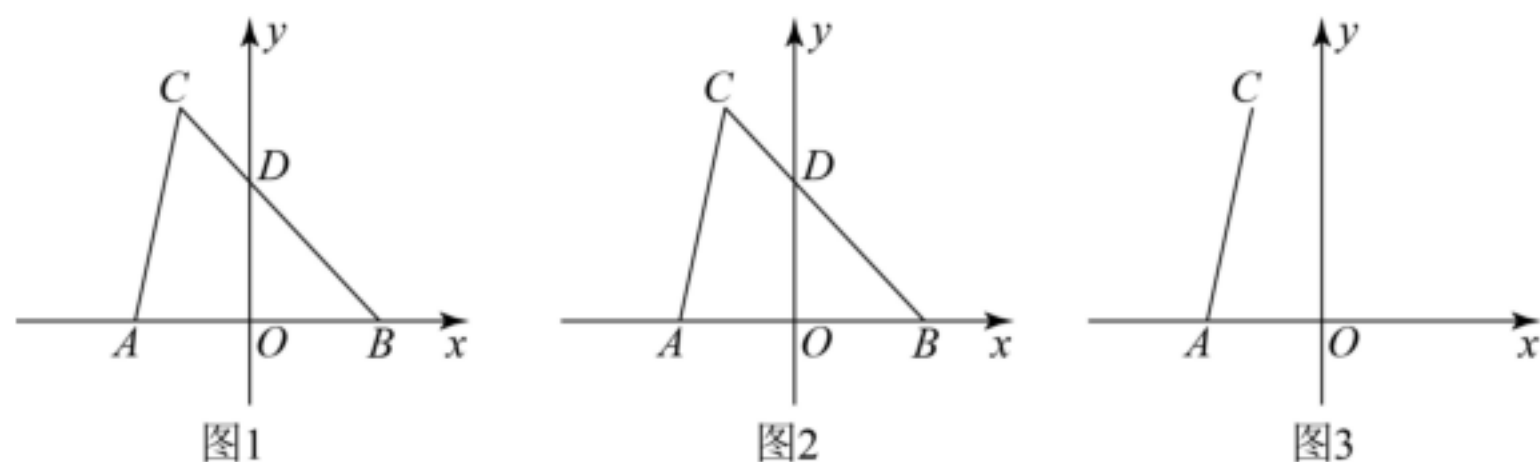


(1)求证:  $\angle DAC = \angle B + \angle C$ ;

(2)如图2, 过 $C$ 作 $CH \parallel AB$ 交 $AE$ 于 $H$ ,  $AF$ 平分 $\angle DAE$ ,  $CF$ 平分 $\angle DCH$ , 若 $\angle BCD = 70^\circ$ , 求 $\angle F$ 的度数;

(3)如图3,  $CH \parallel AD$ , 点 $P$ 为线段 $AC$ 上一点, 点 $G$ 为射线 $AD$ 上一动点, 线段 $PQ$ ,  $GM$ 分别交 $CH$ 于点 $Q$ ,  $M$ , 其中 $\angle DGM = 2\angle PGM$ ,  $\angle CPQ = 2\angle GPQ$ , 又过 $P$ 作 $PN \parallel GM$ , 则 $\angle QPN$ 与 $\angle BAC$ 的数量关系是\_\_\_\_\_.

26. 如图1, 在坐标系中, 已知 $A(a, 0)$ ,  $B(b, 0)$ ,  $C(-3, 7)$ , 连接 $BC$ 交 $y$ 轴于点 $D$ ,  $a = \sqrt[3]{-64}$ ,  $(\sqrt{b})^2 = 4$ .



(1)请直接写出点 $A$ ,  $B$ 的坐标,  $A$ \_\_\_\_\_,  $B$ \_\_\_\_\_;

(2)如图2,  $S_{\triangle BCP}$ ,  $S_{\triangle ABC}$ 分别表示三角形 $BCP$ , 三角形 $ABC$ 的面积, 点 $P$ 在 $y$ 轴上, 使 $S_{\triangle BCP} = S_{\triangle ABC}$ , 点 $P$ 若存在, 求 $P$ 点纵坐标、若不存在, 说明理由;

(3)如图3, 若 $Q(m, n)$ 是 $x$ 轴上方一点, 当三角形 $QAC$ 的面积为20时, 求出 $7m - n$ 的值.



注意事项：

1. 本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分。答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答第I卷时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。
3. 回答第II卷时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
4. 测试范围：**第五章、第六章、第七章（人教版）**，难度系数：**0.6**。
5. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

### 第I卷

#### 一、单选题

1. 在实数 $\sqrt{5}$ ， $\frac{7}{22}$ ， $\sqrt[3]{-8}$ ，0， $-1.41$ ， $\frac{\pi}{2}$ ， $\sqrt{36}$ ， $0.1010010001$ 中，无理数有（ ）个

- A. 2                      B. 4                      C. 3                      D. 5

【答案】A

【分析】

本题考查了无理数、算术平方根和立方根，掌握无理数的定义是关键。根据无理数是无限不循环小数解答即可。

【详解】解： $\sqrt[3]{-8} = -2$ ， $\sqrt{36} = 6$ ，

所以在实数 $\sqrt{5}$ ， $\frac{7}{22}$ ， $\sqrt[3]{-8}$ ，0， $-1.41$ ， $\frac{\pi}{2}$ ， $\sqrt{36}$ ， $0.1010010001$ 中，无理数有 $\sqrt{5}$ ， $\frac{\pi}{2}$ ，共2个。

故选：A。

2. 在下列各对数中，互为相反数的是（ ）

- A.  $-\frac{1}{3}$ 与 $-3$       B.  $|-\sqrt{3}|$ 与 $\sqrt{3}$       C.  $\sqrt[3]{-9}$ 与 $-\sqrt[3]{9}$       D.  $\sqrt[3]{-8}$ 与 $\sqrt{(-2)^2}$

【答案】D

【分析】

本题考查实数的性质，根据只有符号不同的两数叫做互为相反数和绝对值的性质，立方根的定义对各选项分析判断利用排除法求解。

【详解】

解：A、 $-\frac{1}{3}$ 与 $-3$ 是互为倒数，不是互为相反数，故本选项错误；

B、 $|-\sqrt{3}| = \sqrt{3}$ ，与 $\sqrt{3}$ 相等，不是互为相反数，故本选项错误；

C、 $\sqrt[3]{-9}$ 与 $-\sqrt[3]{9}$ 相等，不是互为相反数，故本选项错误；

D、 $\sqrt[3]{-8} = -2$ ， $\sqrt{(-2)^2} = 2$ ，互为相反数，故本选项正确。

故选：D。

3. 若点 $A(2, m)$ 在 $x$ 轴上, 则点 $B(m-1, m-4)$ 在 ( )

- A. 第四象限    B. 第三象限    C. 第二象限    D. 第一象限

【答案】B

【分析】本题考查了直角坐标系内点的坐标特征, 正确理解坐标轴上点的坐标特征是解答本题的关键. 根据点 $A$ 在 $x$ 上, 求出 $m$ 的值, 得到点 $B$ 的坐标, 即可判断.

【详解】解:  $\because$  点 $A(2, m)$ 在 $x$ 轴上,

$$\therefore m = 0,$$

$$\therefore B(0-1, 0-4), \text{ 即 } B(-1, -4),$$

$\therefore$  点 $B(m-1, m-4)$ 在第三象限,

故选: B.

4. 关于代数式 $3 - \sqrt{x+4}$ 的说法正确的是 ( )

- A.  $x=0$ 时最大    B.  $x=0$ 时最小  
C.  $x=-4$ 时最大    D.  $x=-4$ 时最小

【答案】C

【分析】根据算术平方根的非负性解答即可.

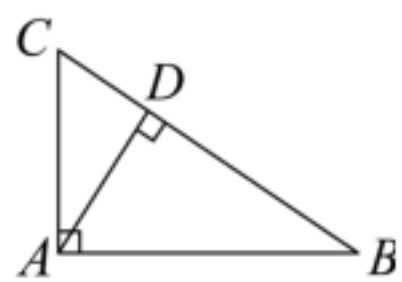
【详解】解:  $\because \sqrt{x+4} \geq 0$ ,

$\therefore$  当 $x=-4$ 时,  $3 - \sqrt{x+4}$ 的值最大为3.

故选: C.

【点睛】本题考查非负数的性质, 掌握算术平方根的非负性是解题关键.

5. 如图,  $AB \perp AC$ ,  $AD \perp BC$ , 垂足分别为 $A$ ,  $D$ , 则图中线段的长度可以作为点到直线的距离的有 ( )



- A. 2条    B. 3条    C. 4条    D. 5条

【答案】D

【分析】本题考查了点到直线的距离. 根据点到直线的距离就是这个点到这条直线垂线段的长度可知,

【详解】解: 如图所示, 线段 $AB$ 是点 $B$ 到 $AC$ 的距离,

线段 $CA$ 是点 $C$ 到 $AB$ 的距离,

线段 $AD$ 是点 $A$ 到 $BC$ 的距离,

线段 $BD$ 是点 $B$ 到 $AD$ 的距离,

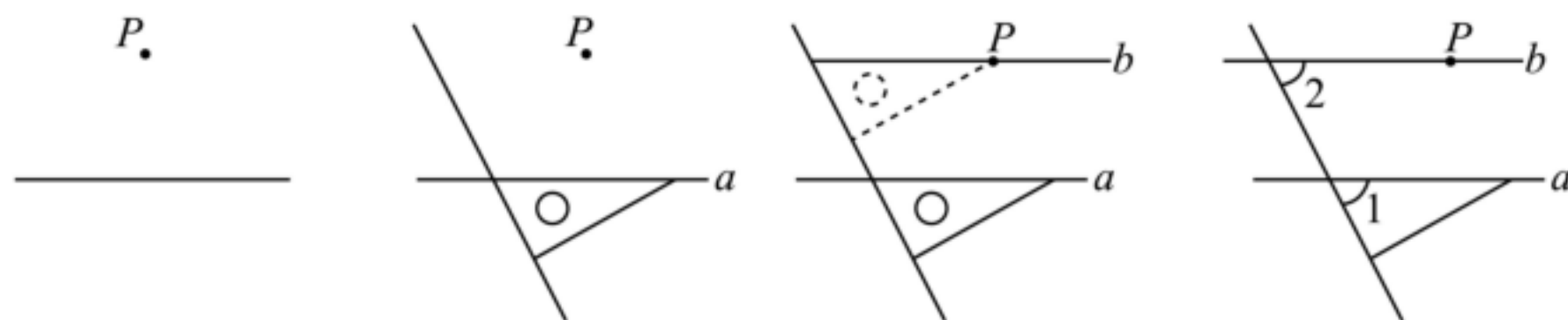
线段 $CD$ 是点 $C$ 到 $AD$ 的距离,

所以图中能表示点到直线距离的线段共有5条.



故选：D.

6. 如图，过直线外一点画已知直线的平行线的方法叫“推平行线”法（图中三角形 $ABC$ 是三角板），其依据是（ ）



- A. 同旁内角互补，两直线平行      B. 两直线平行，同旁内角互补  
C. 同位角相等，两直线平行      D. 两直线平行，同位角相等

【答案】C

【分析】

根据 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是三角板中的同一个角，得 $\angle 1 = \angle 2$ ，根据平行线的判定，即可.

【详解】 $\because \angle 1 = \angle 2$ ,

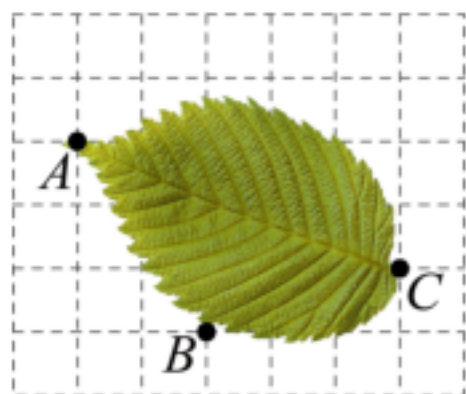
$\therefore a \parallel b$ （同位角相等，两直线平行），

$\therefore$  C正确.

故选：C.

【点睛】本题考查平行线的判定，解题的关键是掌握平行线的判定.

7. 如图，是一片树叶标本，将其放在平面直角坐标系中，表示叶片尖端 $A$ ， $B$ 两点的坐标分别为 $(-3,3)$ ， $(-1,0)$ ，则叶柄底部点 $C$ 的坐标为（ ）



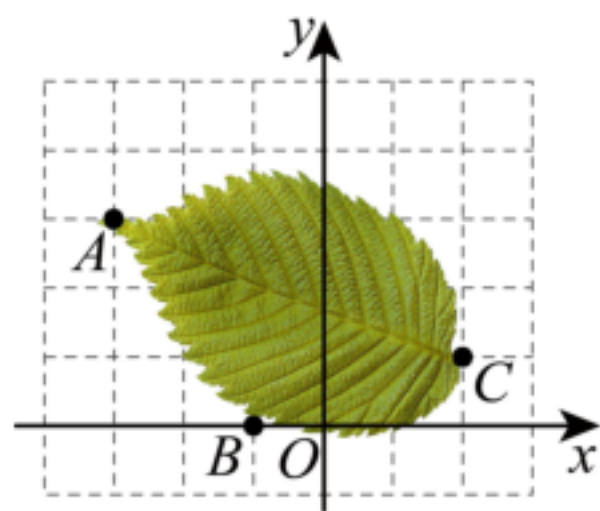
- A.  $(2,0)$       B.  $(2,1)$       C.  $(1,0)$       D.  $(1,-1)$

【答案】B

【分析】本题考查了用坐标确定位置等知识. 先根据 $A$ ， $B$ 两点的坐标建立好坐标系，即可确定点 $C$ 的坐标.

【详解】解： $\because A$ ， $B$ 两点的坐标分别为 $(-3,3)$ ， $(-1,0)$ ，

$\therefore$  建立坐标系如图所示：



∴叶柄底部点C的坐标为(2,1).

故选：B

8. 若 $\sqrt{10404} = 102$ ，则 $\sqrt{x} = 10.2$ 中的x等于（ ）

- A. 1040.4      B. 10.404      C. 104.04      D. 1.0404

【答案】C

【分析】本题考查平方根定义与性质，由条件得到 $10.2^2 = 104.04$ ，根据平方根定义即可得到答案，熟记平方根性质及定义是解决问题的关键.

【详解】解：∵ $\sqrt{10404} = 102$ ，

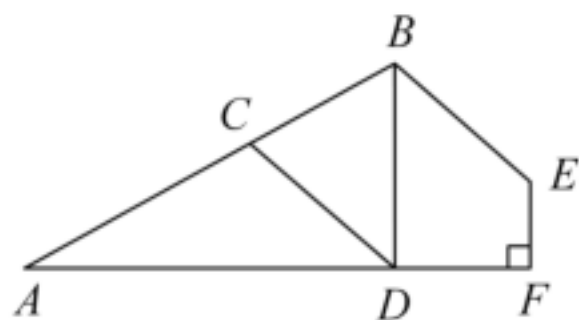
∴ $102^2 = 10404$ ，即 $102 \times 102 = 10404$ ，

∴ $\frac{102}{10} \times \frac{102}{10} = \frac{102^2}{100} = \frac{10404}{100} = 104.04$ ，即 $10.2^2 = 104.04$ ，

∴当 $\sqrt{x} = 10.2$ 时， $x = 104.04$ ，

故选：C.

9. 如图， $BE \parallel CD$ ，BD平分 $\angle CBE$ ， $\angle CBE = 110^\circ$ ， $\angle E = 125^\circ$ ，则 $\angle ADC$ 度数是（ ）



- A.  $35^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $25^\circ$       D.  $30^\circ$

【答案】A

【分析】本是考查了角度的计算，角平分线的性质，平行线的性质，由BD平分 $\angle CBE$ ， $\angle CBE = 110^\circ$ ，得到 $\angle DBE = 55^\circ$ ，由平行线的性质得到 $\angle BDC = \angle DBE = 55^\circ$ 即可求解，掌握平行线的性质是解题的关键.

【详解】解：∵BD平分 $\angle CBE$ ， $\angle CBE = 110^\circ$ ，

∴ $\angle DBE = \frac{1}{2} \angle CBE = \frac{1}{2} \times 110^\circ = 55^\circ$ ，

由题知， $\angle F = 90^\circ$ ， $\angle E = 125^\circ$ ，

∴ $\angle BDF = 360^\circ - \angle F - \angle E - \angle DBE = 360^\circ - 90^\circ - 125^\circ - 55^\circ = 90^\circ$ ，

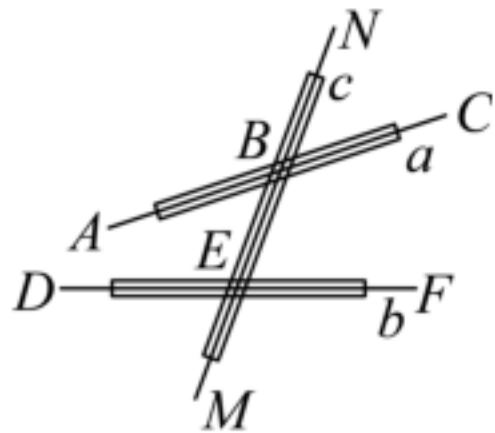
∵ $BE \parallel CD$ ，

$$\therefore \angle BDC = \angle DBE = 55^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = 180^\circ - \angle BDC - \angle BDF = 180^\circ - 55^\circ - 90^\circ = 35^\circ,$$

故选：A.

10. 如图，木条 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 用螺丝固定在木板上，且 $\angle ABM = 50^\circ$ ， $\angle DEM = 70^\circ$ ，将木条 $a$ 、木条 $b$ 、木条 $c$ 看作是在同一平面内的三条直线 $AC$ 、 $DF$ 、 $MN$ ，若使直线 $AC$ 、直线 $DF$ 达到平行的位置关系，则下列描述错误的是（ ）



- A. 木条 $b$ 、 $c$ 固定不动，木条 $a$ 绕点 $B$ 顺时针旋转 $20^\circ$
- B. 木条 $b$ 、 $c$ 固定不动，木条 $a$ 绕点 $B$ 逆时针旋转 $160^\circ$
- C. 木条 $a$ 、 $c$ 固定不动，木条 $b$ 绕点 $E$ 逆时针旋转 $20^\circ$
- D. 木条 $a$ 、 $c$ 固定不动，木条 $b$ 绕点 $E$ 顺时针旋转 $110^\circ$

【答案】D

【分析】根据平行线的判定逐一判断即可.

【详解】解：A、木条 $b$ 、 $c$ 固定不动，木条 $a$ 绕点 $B$ 顺时针旋转 $20^\circ$ ， $\angle ABM = 70^\circ = \angle DEM$ ，所以 $AC \parallel DF$ ，故本选项不符合题意；

B、木条 $b$ 、 $c$ 固定不动，木条 $a$ 绕点 $B$ 逆时针旋转 $160^\circ$ ， $\angle CBE = 70^\circ = \angle DEM$ ，所以 $AC \parallel DF$ ，故本选项不符合题意；

C、木条 $a$ 、 $c$ 固定不动，木条 $b$ 绕点 $E$ 逆时针旋转 $20^\circ$ ， $\angle DEM = 50^\circ = \angle ABE$ ，所以 $AC \parallel DF$ ，故本选项不符合题意；

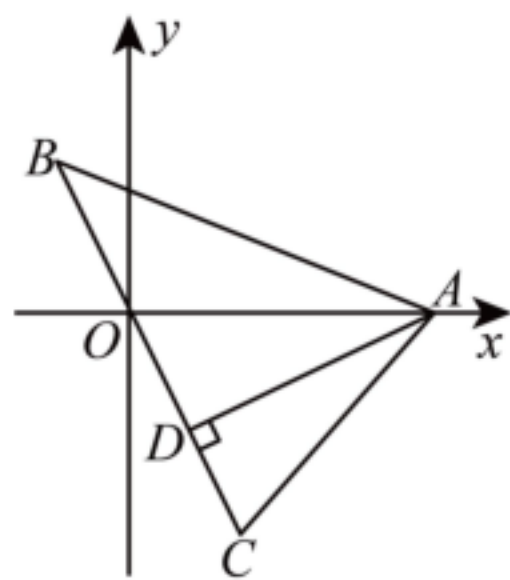
D、木条 $a$ 、 $c$ 固定不动，木条 $b$ 绕点 $E$ 顺时针旋转 $110^\circ$ ，所以木条 $b$ 与木条 $c$ 重合， $AC$ 与 $DF$ 不平行，故本选项符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查平行线的判定，解题关键是熟知平行线的判定定理.

11. 如图，边 $BC$ 经过原点 $O$ ，点 $A$ 在 $x$ 轴上， $AD \perp BC$ 于点 $D$ ，若点 $B(m, 2)$ ， $C(n, -3)$ ， $A(4, 0)$ ，则 $BC \cdot AD$ 的值是（ ）





A. 8

B. 12

C. 16

D. 20

**【答案】D**

**【分析】** 本题考查的是在坐标系中求图形面积的题目，掌握“利用点的坐标计算相应线段的长”是解题的关键。

先根据三角形面积公式得到  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AD \cdot BC$ ，故只需求得  $\triangle ABC$  的面积即可解题；根据面积的和差关系得  $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABO} + S_{\triangle ACO}$ ，再结合点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的坐标，利用三角形的面积公式分别计算  $S_{\triangle ABO}$  和  $S_{\triangle ACO}$ ，至此问题不难解答。

**【详解】解：**  $\because AD \perp BC$ ，

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AD \cdot BC.$$

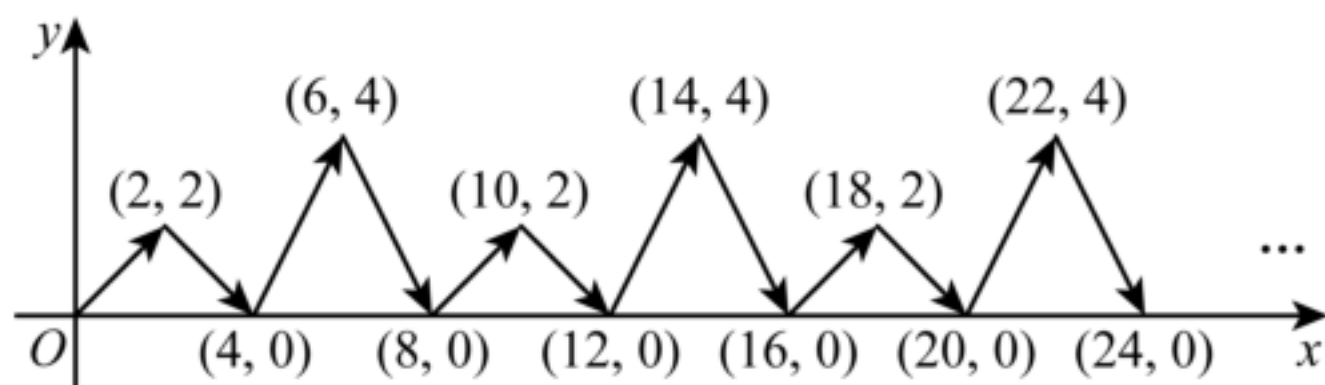
$$\because S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABO} + S_{\triangle ACO} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 10,$$

$$\therefore \frac{1}{2}AD \cdot BC = 10,$$

$$\therefore AD \cdot BC = 20.$$

故选：D.

12. 如图，动点  $M$  按图中箭头所示方向运动，第1次从原点运动到点  $(2,2)$ ，第2次运动到点  $(4,0)$ ，第3次运动到点  $(6,4)$ ，...，按这样的规律运动，则第2024次运动到点（ ）



A.  $(2024,2)$

B.  $(4048,0)$

C.  $(2024,4)$

D.  $(4048,4)$

**【答案】B**

**【分析】** 本题考查点的坐标规律探究，解题的关键是根据已知点的坐标，确定点的坐标规律。根据已知点的坐标可以推出动点  $M$  的横坐标为  $2n$ ，纵坐标按照 2，0，4，0 四个为一组进行循环，进行求解即可。

**【详解】解：**  $\because$  第1次从原点运动到点  $(2,2)$ ，第2次运动到点  $(4,0)$ ，第3次运动到点  $(6,4)$ ，第4次从原点运动到点  $(8,0)$ ，第5次运动到点  $(10,2)$ ，

$\therefore$  动点  $M$  的横坐标为  $2n$ ，纵坐标按照 2，0，4，0 四个为一组进行循环，

$$\because 2024 \div 4 = 504,$$

$$\therefore \text{第2024次运动到点}(2024 \times 2, 0), \text{即: } (4048, 0);$$

故选: B.

## 第II卷(非选择题)

### 二、填空题

13. 若一个正数的两个平方根分别为 $3a+2$ 和 $a+2$ , 则这个数是\_\_\_\_\_.

【答案】1

【分析】本题考查了平方根的定义. 一个正数有两个平方根, 这两个平方根互为相反数, 零的平方根是零, 负数没有平方根. 由“一个正数的两个平方根互为相反数”得到 $3a+2+a+2=0$ , 据此可以求得 $a$ 的值, 即可求解.

【详解】解: 根据题意, 得

$$3a+2+a+2=0, \text{即 } 4a=-4,$$

$$\text{解得, } a=-1,$$

$$\therefore (a+2)^2 = 1^2 = 1,$$

$\therefore$ 这个数为1

故答案是: 1.

14. 比较大小:  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  \_\_\_\_\_  $\frac{1}{2}$  (填>, <或=).

【答案】>

【分析】本题考查实数比较大小, 根据无理数的估算方法, 比较大小即可.

【详解】解:  $\because 4 < 5 < 9,$

$$\therefore 2 < \sqrt{5} < 3,$$

$$\therefore 1 < \sqrt{5} - 1 < 2,$$

$$\therefore \frac{\sqrt{5}-1}{2} > \frac{1}{2};$$

故答案为: >.

15. 点 $P(m+2, 2m+1)$ 向右平移1个单位长度后, 正好落在y轴上, 则 $m$  = \_\_\_\_\_.

【答案】-3

【分析】

本题主要考查了坐标与图形变化—平移, 在y轴上的点的坐标特点, 先由平移方式求出平移后的点的坐标, 再由y轴上的点横坐标为0列出方程求解即可.

【详解】

解: 把点 $P(m+2, 2m+1)$ 向右平移1个单位长度后所得的点的坐标为 $(m+3, 2m+1)$ ,

$\because$ 点 $P(m+2, 2m+1)$ 向右平移1个单位长度后, 正好落在y轴上,



$$\therefore m + 3 = 0,$$

$$\therefore m = -3,$$

故答案为：-3.

16. 若经过点 $M(3, -2)$ 与点 $N(x, y)$ 的直线平行于 $x$ 轴，且点 $N$ 到 $y$ 轴的距离等于9，则 $N$ 点的坐标是\_\_\_\_\_.

【答案】 $(9, -2)$ 或 $(-9, -2)$

【分析】本题考查直角坐标系中点的坐标，根据经过 $M$ 点与点 $N$ 的直线平行于 $x$ 轴，可得点 $M$ 的纵坐标和点 $N$ 的纵坐标相等，由点 $N$ 到 $y$ 轴的距离为9，可得点 $N$ 的横坐标的绝对值等于9，从而可以求得点 $N$ 的坐标.

【详解】解： $\because M(3, -2)$ 经过点与点 $N(x, y)$ 的直线平行于 $x$ 轴，

$\therefore$ 点 $M$ 的纵坐标和点 $N$ 的纵坐标相等.

$$\therefore y = -2.$$

$\because$ 点 $N$ 到 $y$ 轴的距离为9，

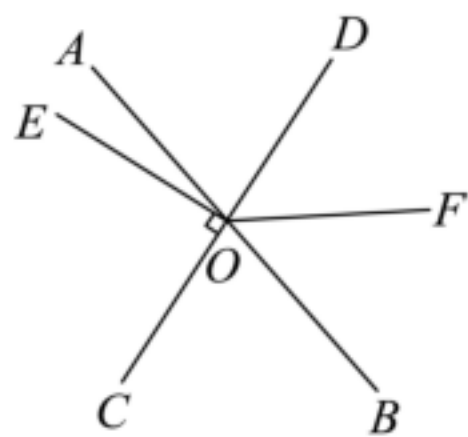
$$\therefore |x| = 9.$$

得： $x = \pm 9$ .

$\therefore$ 点 $N$ 的坐标为 $(9, -2)$ 或 $(-9, -2)$ .

故答案为： $(9, -2)$ 或 $(-9, -2)$ .

17. 如图，直线 $AB$ 、 $CD$ 相交于点 $O$ ， $OE \perp CD$ ， $OF$ 平分 $\angle BOD$ ，若 $\angle AOE + \angle BOF = 66^\circ$ ，则 $\angle BOC =$ \_\_\_\_\_°.



【答案】76

【分析】本题考查与角平分线有关的计算，找准角度之间的数量关系，是解题的关键，根据角平分线的性质，平角的定义，得到 $90^\circ - \angle AOE + 2\angle BOF = 180^\circ$ ，结合 $\angle AOE + \angle BOF = 66^\circ$ ，求出 $\angle AOE$ 的度数，进而求出 $\angle AOD$ 的度数，利用对顶角即可得出结果.

【详解】解： $\because OE \perp CD$ ， $OF$ 平分 $\angle BOD$ ，

$$\therefore \angle EOD = 90^\circ, \angle BOD = 2\angle BOF,$$

$$\because \angle AOD + \angle BOD = 180^\circ,$$

$$\therefore 90^\circ - \angle AOE + 2\angle BOF = 180^\circ,$$

$$\text{又} \angle AOE + \angle BOF = 66^\circ,$$

$$\therefore \angle BOF = 66^\circ - \angle AOE,$$

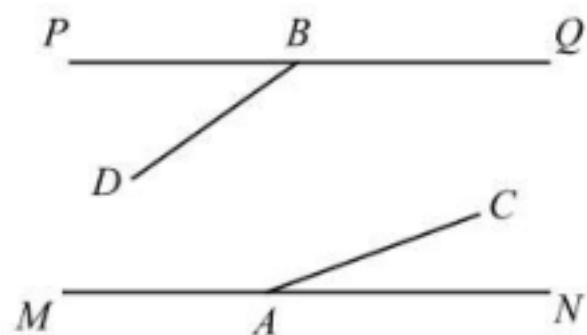
$$\therefore 90^\circ - \angle AOE + 2(66^\circ - \angle AOE) = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AOE = 14^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = \angle AOD = 90^\circ - \angle AOE = 76^\circ;$$

故答案为：76.

18. 如图，已知  $PQ \parallel MN$ ，点  $A, B$  分别在  $MN, PQ$  上，射线  $AC$  自射线  $AN$  的位置开始，以每秒  $4^\circ$  的速度绕点  $A$  逆时针旋转至  $AM$  便立即顺时针回转当和  $AN$  重合时停止运动，射线  $BD$  自射线  $BP$  的位置开始，以每秒  $1^\circ$  的速度绕点  $B$  逆时针旋转至  $BQ$  后停止运动. 若射线  $BD$  先转动 30 秒，射线  $AC$  才开始转动，当射线  $AC$  与  $BD$  互相平行时，射线  $BD$  的旋转时间为\_\_\_\_\_秒.



【答案】0或40或96或180

【分析】根据题意，设射线  $BD$  的旋转时间为  $t$  秒，则  $\angle PBD = t^\circ$ ，分六种情况讨论，①  $t=0$  时， $AC \parallel BD$ ；② 当  $0 < t \leq 30$ ，③ 当  $30 < t \leq 75$ ，④ 当  $75 < t \leq 120$ ，⑤ 当  $120 < t < 180$  时，⑥ 当  $t=180$  时， $AC \parallel BD$  共有 4 种情形，根据平行线的性质得出角度相等，进而列出方程，解方程即可求解.

【详解】 $\because$  射线  $AC$  自射线  $AN$  的位置开始，以每秒  $4^\circ$  的速度绕点  $A$  逆时针旋转至  $AM$  便立即顺时针回转当和  $AN$  重合时停止运动，

$\therefore$  射线  $AC$  自射线  $AN$  的位置旋转至  $AM$ ，用了  $\frac{180^\circ}{4^\circ} = 45$ （秒），由  $AM$  顺时针回转至  $AN$  用了  $\frac{180^\circ}{4^\circ} = 45$ （秒），

$\because$  射线  $BD$  自射线  $BP$  的位置开始，以每秒  $1^\circ$  的速度绕点  $B$  逆时针旋转至  $BQ$  后停止运动，

设射线  $BD$  的旋转时间为  $t$  秒，则  $\angle PBD = t^\circ$ ，

①  $\because$  射线  $BD$  先转动 30 秒，射线  $AC$  才开始转动，

$\therefore$  当  $t=0$  时， $AC \parallel BD$ ；

② 当  $0 < t \leq 30$ ，射线  $AC$  与  $BD$  不能互相平行；

③ 当  $30 < t \leq 30 + 45$  即  $30 < t \leq 75$  时， $\angle CAN = [4(t-30)]^\circ$ ，若射线  $AC$  与  $BD$  互相平行，则  $\angle PBD = \angle CAN$ ，即  $t = 4(t-30)$ ，

解得：  $t=40$ ；

④ 当  $30 + 45 < t \leq 75 + 45$  即  $75 < t \leq 120$  时，

$$\angle CAN = [180 \times 2 - 4(t-30)]^\circ = (480 - 4t)^\circ,$$

若射线  $AC$  与  $BD$  互相平行，则  $\angle PBD = \angle CAN$ ，即  $t = 480 - 4t$ ，

解得：  $t=96$ ；

⑤ 当  $120 < t < 180$  时，射线  $AC$  与  $BD$  不能互相平行；

⑥ 当  $t=180$  时， $AC \parallel BD$ ，

综上所述，当射线  $AC$  与  $BD$  互相平行时，射线  $BD$  的旋转时间为 0 或 40 或 96 或 180 秒.

故答案为：0或40或96或180.

【点睛】本题考查了平行线的性质，一元一次方程的应用，分类讨论是解题的关键.

### 三、解答题

19. 计算：

$$(1)\sqrt[3]{\frac{8}{27}} - \left(-\frac{1}{3}\right) + |\sqrt{3} - 2|$$

$$(2)\sqrt[3]{-64} - \sqrt{9} \times \sqrt[3]{(-5)^3} + \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2}$$

【答案】(1) $3 - \sqrt{3}$

$$(2)11\frac{3}{5}$$

【分析】本题主要考查了实数的混合计算：

(1) 先计算立方根和算术平方根，再计算绝对值，最后计算加减法即可；

(2) 先计算立方根和算术平方根，再计算乘法，最后计算加减法即可.

【详解】(1) 解：原式 $=\frac{2}{3} + \frac{1}{3} + 2 - \sqrt{3}$

$$= 3 - \sqrt{3};$$

$$(2) \text{解：原式} = -4 - 3 \times (-5) + \sqrt{1 - \frac{16}{25}}$$

$$= -4 + 15 + \sqrt{\frac{9}{25}}$$

$$= 11 + \frac{3}{5}$$

$$= 11\frac{3}{5}.$$

20. 求下列各式中的 $x$ 的值：

$$(1)x^2 - \frac{121}{49} = 0$$

$$(2)(x+3)^3 - 27 = 0$$

【答案】(1) $x = \pm \frac{11}{7}$

$$(2)x = 0$$

【分析】本题考查了利用平方根和立方根的定义解方程，

(1) 整理后利用平方根的定义解方程即可；

(2) 移项后利用立方根的定义解方程即可.

【详解】(1) 解： $x^2 - \frac{121}{49} = 0$

$$x^2 = \frac{121}{49},$$

$$\text{所以 } x = \pm \frac{11}{7}$$

$$(2) \text{解：} (x+3)^3 - 27 = 0$$

$$(x+3)^3 = 27,$$

$$\text{所以 } x+3 = 3,$$

所以 $x = 0$ .

21. 如图,  $F$ 是 $BC$ 上一点,  $FG \perp AC$ 于点 $G$ ,  $H$ 是 $AB$ 上一点,  $HE \perp AC$ 于点 $E$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ , 求证:  $DE \parallel BC$ .

证明: 连接 $EF$

$\because FG \perp AC, HE \perp AC,$

$\therefore \angle FGC = \angle HEC = 90^\circ$  ( ).

$\therefore$  \_\_\_\_\_  $\parallel$  \_\_\_\_\_ ( ).

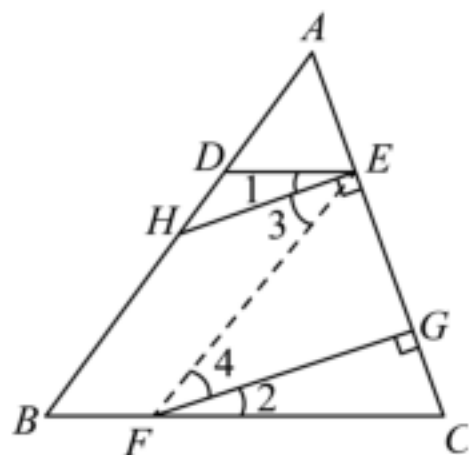
$\therefore \angle 3 = \angle$  \_\_\_\_\_ ( ).

又 $\because \angle 1 = \angle 2,$

$\therefore \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle$  \_\_\_\_\_ (等式的性质).

即 $\angle DEF = \angle EFC$

$\therefore DE \parallel BC$  ( ).



【答案】垂直的定义;  $FG, HE$ , 同位角相等, 两直线平行; 4, 两直线平行, 内错角相等; 4, 内错角相等, 两直线平行;

【分析】本题考查利用平行线的判定与性质, 垂直的定义. 掌握相关定理内容是解题关键. 根据题干信息逐步完成推理过程与推理依据即可.

【详解】证明: 连接 $EF$

$\because FG \perp AC, HE \perp AC,$

$\therefore \angle FGC = \angle HEC = 90^\circ$  (垂直的定义).

$\therefore FG \parallel HE$  (同位角相等, 两直线平行).

$\therefore \angle 3 = \angle 4$  (两直线平行, 内错角相等).

又 $\because \angle 1 = \angle 2,$

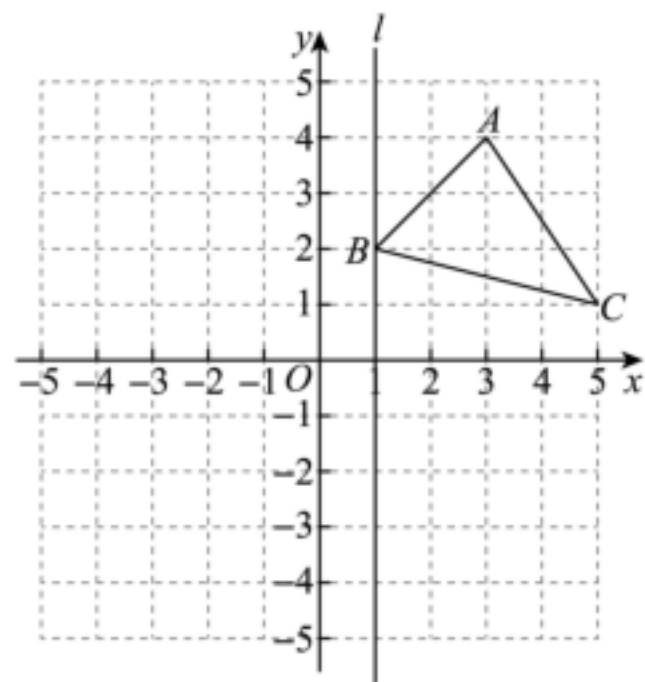
$\therefore \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4$  (等式的性质).

即 $\angle DEF = \angle EFC$

$\therefore DE \parallel BC$  (内错角相等, 两直线平行).

22. 如图, 在平面直角坐标系中,  $\triangle ABC$ 的顶点都在网格点上, 将 $\triangle ABC$ 先向下平移5个单位长度, 再向左平移4个单位长度得到 $\triangle A_1B_1C_1$ .





(1)请在图中画出 $\triangle A_1B_1C_1$ ，并直接写出 $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积；

(2)若 $\triangle ABC$ 内有一点 $P(a, b)$ 经过上述平移后的对应点为 $P_1$ ，写出点 $P_1$ 的坐标；

(3)如图，直线 $l$ 经过点 $B$ ，且与 $x$ 轴垂直，若点 $Q$ 在直线 $l$ 上，且 $\triangle QBC$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积，直接写出点 $Q$ 的坐标.

**【答案】** (1)见详解

(2) $P_1(a-4, b-5)$

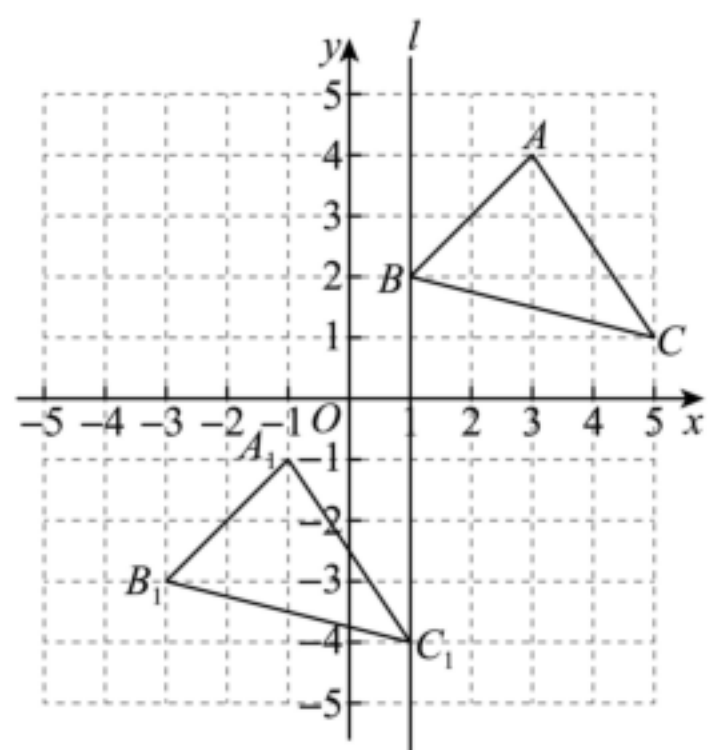
(3) $(1, \frac{9}{2})$ 或 $(1, -\frac{1}{2})$

**【分析】** (1) 画出符合题意的图形；利用 $\triangle ABC$ 所在矩形面积，减去周围三角形面积，进而得出答案；

(2) 先向下平移5个单位长度，再向左平移4个单位长度，即纵坐标减5，横坐标减4，根据已知条件中的平移要求即可得到答案；

(3) 根据三角形的面积公式列方程即可得到结论.

**【详解】** (1) 解：如图所示： $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求；



$\triangle A_1B_1C_1$ 的面积为： $3 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 4 = 5$ ；

(2) 解：因为 $P(a, b)$ ，且 $\triangle ABC$ 先向下平移5个单位长度，再向左平移4个单位长度得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，所以 $P_1$ 的坐标为 $(a-4, b-5)$ ；

(3) 解：设点 $Q$ 的坐标为 $(1, t)$ ，

$\because \triangle QBC$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积，



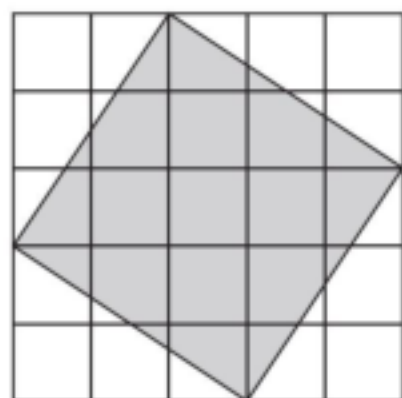
$$\therefore \frac{1}{2} \times |t-2| \cdot (5-1) = 5,$$

$$\text{解得 } t = \frac{9}{2} \text{ 或 } -\frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{点 } Q \text{ 的坐标为 } (1, \frac{9}{2}) \text{ 或 } (1, -\frac{1}{2}).$$

【点睛】此题主要考查了平移变换以及三角形面积求法，正确得出对应点位置是解题关键.

23. 如图，每个小正方形的边长为1，阴影部分是一个正方形.



(1) 图中阴影正方形的面积是\_\_\_\_\_，边长是\_\_\_\_\_.

(2) 已知 $x$ 为阴影正方形的边长的小数部分， $y$ 为 $\sqrt{13}$ 的整数部分. 求：

① $x$ ， $y$ 的值；

② $x+y$ 的相反数.

【答案】(1)13， $\sqrt{13}$

(2)① $x = \sqrt{13} - 3$ ， $y=3$ ；② $x+y$ 的相反数为 $-\sqrt{13}$

【分析】本题主要考查了估算无理数的大小、算术平方根、相反数等知识点，熟练掌握估算无理数的大小是解题的关键.

(1) 根据题意可得阴影部分的面积等于大正方形的面积减去4个小三角形的面积，再根据算术平方根的定义即可解答；

(2) ①根据估算无理数大小估计可得： $\sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16}$ 、 $\sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16}$ ，再结合题意即可得出 $x$ 和 $y$ 的值；②代入计算并根据相反数的定义即可解答.

【详解】(1) 解：根据题意可得： $S_{\text{阴影}} = 5^2 - 4 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 13$ ，

则阴影部分正方形的边长为： $\sqrt{13}$ .

故答案为：13， $\sqrt{13}$ .

(2) 解：① $\because \sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16}$ 、 $\sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16}$ ，

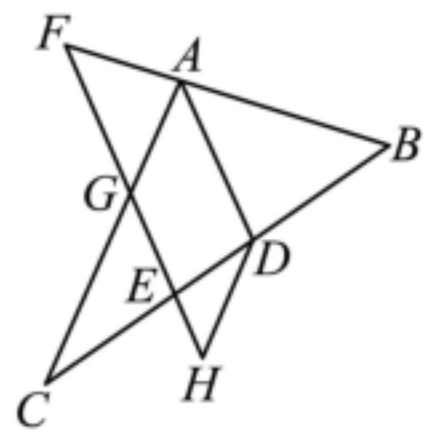
$$\therefore 3 < \sqrt{13} < 4, \quad 3 < \sqrt{15} < 4,$$

$$\therefore x = \sqrt{13} - 3, \quad y = 3;$$

$$\textcircled{2} \because x + y = \sqrt{13} - 3 + 3 = \sqrt{13},$$

$$\therefore x + y \text{ 的相反数为 } -\sqrt{13}.$$

24. 如图，在三角形 $ABC$ 中， $AD$ 平分 $\angle BAC$ 交 $BC$ 于点 $D$ ，点 $F$ 在 $BA$ 的延长线上，点 $E$ 在线段 $CD$ 上， $EF$ 与 $AC$ 相交于点 $G$ ， $\angle BDA + \angle CEG = 180^\circ$ .



(1)  $AD$ 与 $EF$ 平行吗？请说明理由；

(2) 点 $H$ 在 $FE$ 的延长线上，连接 $DH$ ，若 $\angle EDH = \angle C$ ， $\angle F = 2\angle H - 40^\circ$ ，求 $\angle BAC$ 。

**【答案】** (1)  $AD \parallel EF$ ，理由见解析；

(2)  $80^\circ$ 。

**【分析】** (1) 根据 $\angle BDA + \angle CEG = 180^\circ$ ， $\angle BDA + \angle CDA = 180^\circ$ ，等量代换，根据平行线的判定，即可；

(2) 根据 $AD$ 平分 $\angle BAC$ ，设 $\angle CAD = \angle BAD = x$ ，根据 $AD \parallel EF$ ，得 $\angle F = \angle BAD$ ，根据 $\angle EDH = \angle C$ ，则 $AC \parallel DH$ ，根据平行线的性质，等量代换，即可。

**【详解】** (1)  $AD \parallel FE$ ，理由如下：

$$\because \angle BDA + \angle CEG = 180^\circ, \angle BDA + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle CEG = \angle ADC,$$

$$\therefore AD \parallel FE.$$

(2)  $\because AD$ 平分 $\angle BAC$ ,

$$\therefore \angle CAD = \angle BAD,$$

$$\text{设 } \angle CAD = \angle BAD = x,$$

$$\because AD \parallel EF,$$

$$\therefore \angle F = \angle BAD = x, \angle AGF = \angle GAD = x,$$

$$\because \angle EDH = \angle C,$$

$$\therefore AC \parallel DH,$$

$$\therefore \angle CGE = \angle H = \angle AGF = x,$$

$$\because \angle F = 2\angle H - 40^\circ,$$

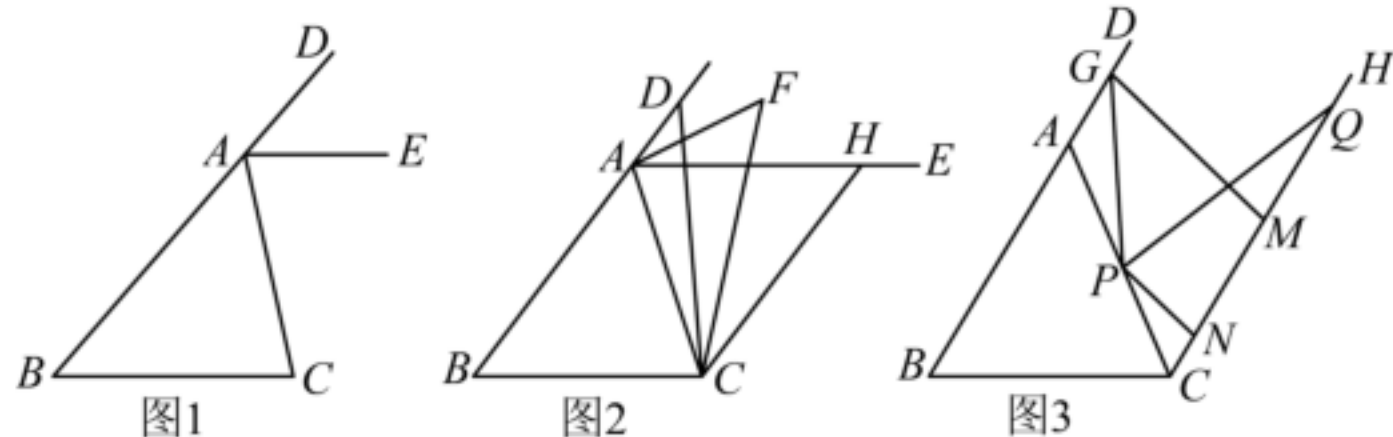
$$\therefore x = 2x - 40^\circ,$$

$$\therefore x = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 80^\circ.$$

**【点睛】** 本题考查平行线的知识，解题的关键是掌握平行线的性质和判定。

25. 如图1，已知三角形 $ABC$ ， $D$ 是线段 $BA$ 延长线上一点， $AE \parallel BC$ 。



(1)求证:  $\angle DAC = \angle B + \angle C$ ;

(2)如图2, 过C作  $CH \parallel AB$  交AE于H, AF平分 $\angle DAE$ , CF平分 $\angle DCH$ , 若 $\angle BCD = 70^\circ$ , 求 $\angle F$ 的度数;

(3)如图3,  $CH \parallel AD$ , 点P为线段AC上一点, 点G为射线AD上一动点, 线段PQ, GM分别交CH于点Q、M, 其中 $\angle DGM = 2\angle PGM$ ,  $\angle CPQ = 2\angle GPQ$ , 又过P作  $PN \parallel GM$ , 则 $\angle QPN$ 与 $\angle BAC$ 的数量关系是\_\_\_\_\_.

【答案】(1)见解析

(2) $55^\circ$

(3) $\angle BAC + 180^\circ = 3\angle QPN$

【分析】(1) 由已知条件可证出 $\angle DAC = \angle DAE + \angle EAC$ , 从而可以得证.

(2) 过点F作  $FG \parallel AE$ , 设 $\angle DAF = \angle FAE = x$ ,  $\angle DCF = \angle FCH = y$ , 可证 $x + y = 55^\circ$ ,  $x + 70^\circ + y + \angle AFC = 180^\circ$ , 即可求解.

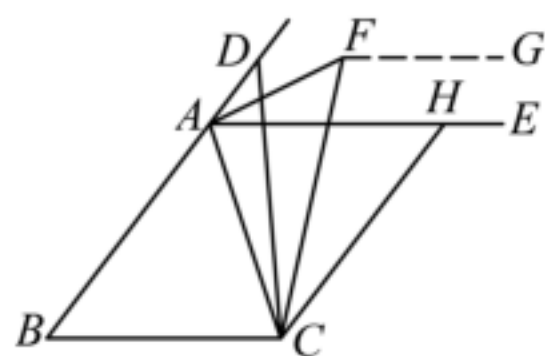
(3) 设 $\angle PGM = x$ ,  $\angle GPQ = y$ , 可证出 $x + y + \angle QPN = 180^\circ$ , 再证出 $x + y = 120^\circ - \frac{1}{3}\angle BAC$ , 即可求解.

【详解】(1) 证明:  $\because AE \parallel BC$ ,

$\therefore \angle DAE = \angle B$ ,  $\angle EAC = \angle C$ ,

$\therefore \angle DAC = \angle DAE + \angle EAC$ ,

$\therefore \angle DAC = \angle B + \angle C$ .



(2)

解: 如图: 过点F作  $FG \parallel AE$ ,

AF、CF平分 $\angle DAE$ ,  $\angle DCH$ ,

$\therefore$  设 $\angle DAF = \angle FAE = x$ ,  $\angle DCF = \angle FCH = y$ ,

$\because AE \parallel BC$ ,

$\therefore \angle B = \angle DAE = 2x$ ,

$\because CH \parallel AB$ ,

$\therefore \angle B + \angle BCH = 180^\circ$ ,

即:  $2x + 70^\circ + 2y = 180^\circ$ ,

$\therefore x + y = 55^\circ$ ,

$$\because FG \parallel AE, BC \parallel AE,$$

$$\therefore FG \parallel BC \parallel AE,$$

$$\therefore \angle BCF = \angle CFG = 70^\circ + y,$$

$$\angle FAE + \angle AFG = 180^\circ,$$

$$\text{即 } x + 70^\circ + y + \angle AFC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AFC = 55^\circ.$$

故答案:  $55^\circ$ .

$$(3) \text{ 解: 设 } \angle PGM = x, \angle GPQ = y,$$

$$\therefore \angle DGM = 2x, \angle CPQ = 2y,$$

$$\because PN \parallel GM,$$

$$\therefore \angle GPN + \angle PGM = 180^\circ,$$

$$\therefore x + y + \angle QPN = 180^\circ,$$

$$\because \angle GPC + \angle APG = 180^\circ,$$

$$\therefore 3y + \angle APG = 180^\circ,$$

$$\because \angle DGP = \angle GAP + \angle APG,$$

$$\therefore \angle GAP + \angle APG = 3x,$$

$$\because \angle GAP = 180^\circ - \angle BAC,$$

$$\therefore 180^\circ - \angle BAC + \angle APG = 3x,$$

$$\therefore \angle APG = 3x - 180^\circ + \angle BAC,$$

$$\therefore 3y + 3x - 180^\circ + \angle BAC = 180^\circ,$$

$$\therefore x + y = 120^\circ - \frac{1}{3}\angle BAC,$$

$$\therefore 120^\circ - \frac{1}{3}\angle BAC + \angle QPN = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC + 180^\circ = 3\angle QPN.$$

【点睛】本题考查了平行线的性质，三角形内角和是 $180^\circ$ ，掌握性质及定理是解题的关键.

26. 如图1, 在坐标系中, 已知 $A(a, 0)$ ,  $B(b, 0)$ ,  $C(-3, 7)$ , 连接 $BC$ 交 $y$ 轴于点 $D$ ,  $a = \sqrt[3]{-64}$ ,  $(\sqrt{b})^2 = 4$ .

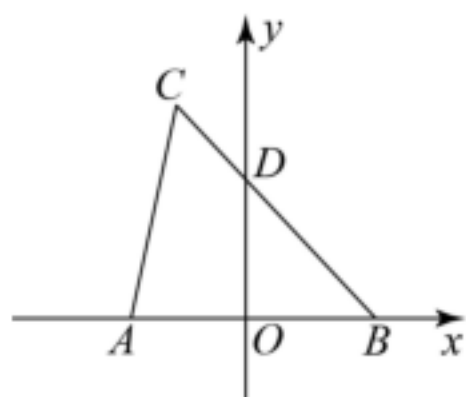


图1

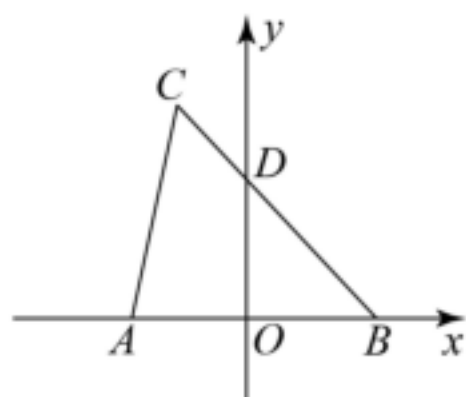


图2

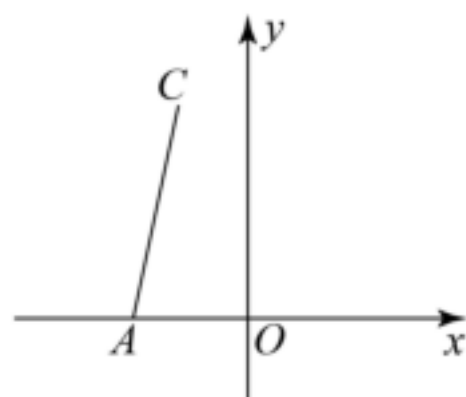


图3

(1) 请直接写出点 $A$ ,  $B$ 的坐标,  $A$ \_\_\_\_\_,  $B$ \_\_\_\_\_;

(2) 如图2,  $S_{\triangle BCP}$ 、 $S_{\triangle ABC}$ 分别表示三角形 $BCP$ 、三角形 $ABC$ 的面积, 点 $P$ 在 $y$ 轴上, 使 $S_{\triangle BCP} = S_{\triangle ABC}$ , 点 $P$ 若存在, 求 $P$ 点纵坐标、若不存在, 说明理由;



(3)如图3,若 $Q(m, n)$ 是 $x$ 轴上方一点,当三角形 $QAC$ 的面积为20时,求出 $7m - n$ 的值.

【答案】(1) $(-4, 0)$ ,  $(4, 0)$ ;

(2)存在, 12或 $-4$ ;

(3)12或 $-68$ .

【分析】(1)根据立方根的性质,算术平方根的性质可得 $a$ ,  $b$ 的值,即可求解;

(2)设 $P$ 点纵坐标为 $m$ ,然后分两种情况讨论:当 $P$ 在 $BC$ 上方时,当在 $BC$ 下方时,结合 $S_{\triangle BCP} = S_{\triangle PDC} + S_{\triangle PDB}$ ,即可求解;

(3)分两种情况讨论:当 $Q$ 在 $AC$ 右侧时,当 $Q$ 在 $AC$ 左侧时,即可求解.

【详解】(1)解:  $\because a = \sqrt[3]{-64}$ ,  $(\sqrt{b})^2 = 4$ ,

$$\therefore a = -4, b = 4,$$

$$\therefore A(-4, 0), B(4, 0);$$

故答案为:  $(-4, 0)$ ,  $(4, 0)$

(2)解: 存在,

设 $P$ 点纵坐标为 $m$ .

当 $P$ 在 $BC$ 上方时,  $PD = m - 4$ ,

$$S_{\triangle BCP} = S_{\triangle PDC} + S_{\triangle PDB} = \frac{PD}{2} \cdot (-x_C) + \frac{PD}{2} \cdot x_B = \frac{PD}{2} \times 3 + \frac{PD}{2} \times 4 = \frac{7}{2}PD = \frac{7}{2}(m - 4),$$

$$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot y_C = 28, S_{\triangle BCP} = S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore \frac{7}{2}(m - 4) = 28, \text{解得: } m = 12;$$

当在 $BC$ 下方时,  $PD = 4 - m$ ,

$$S_{\triangle BCP} = S_{\triangle PDC} + S_{\triangle PDB} = \frac{PD}{2} \cdot (-x_C) + \frac{PD}{2} \cdot x_B = \frac{PD}{2} \times 3 + \frac{PD}{2} \times 4 = \frac{7}{2}PD = \frac{7}{2}(4 - m),$$

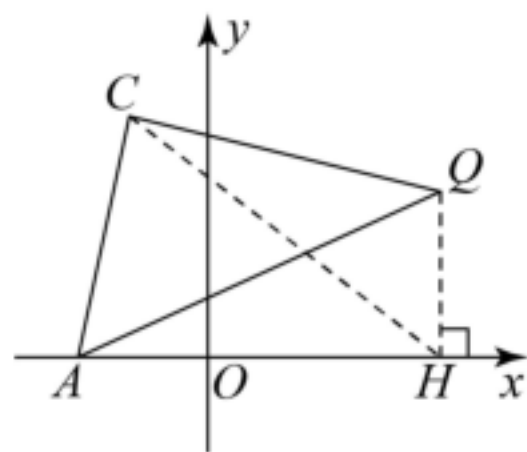
$$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot y_C = 28, S_{\triangle BCP} = S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore \frac{7}{2}(4 - m) = 28, \text{解得: } m = -4.$$

综上:  $P$ 点纵坐标为12或 $-4$ .

(3)解: 当 $Q$ 在 $AC$ 右侧时,  $m > 0$ ,

过 $Q$ 作 $QH \perp x$ 轴于 $H$ , 连接 $CH$ ,



$$\therefore S_{\triangle QAC} = S_{\text{四边形}QCAH} - S_{\triangle QAH}$$

$$= S_{\triangle AHC} + S_{\triangle QCH} - S_{\triangle QAH}$$



$$= \frac{(4+m) \cdot 7}{2} + \frac{n \cdot (m+3)}{2} - \frac{(m+4) \cdot n}{2}$$

$$= 14 + \frac{7m-n}{2},$$

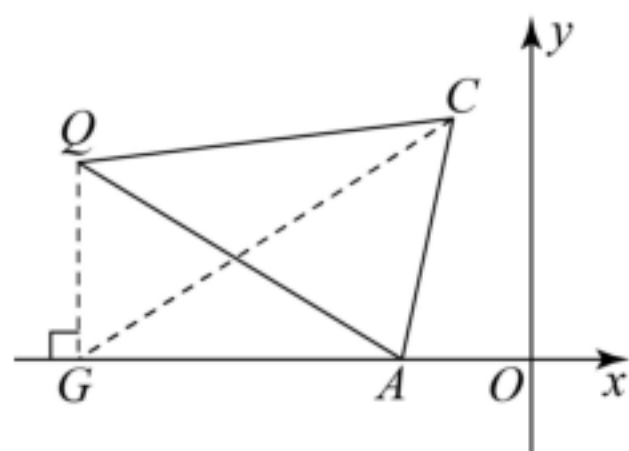
∵ 三角形  $QAC$  的面积为 20,

$$\therefore 14 + \frac{7m-n}{2} = 20,$$

$$\therefore 7m - n = 12;$$

当  $Q$  在  $AC$  左侧时,  $m < 0$ ,

过  $Q$  作  $QG \perp x$  轴于  $H$ , 连接  $CG$ ,



$$S_{\triangle QAC} = S_{\text{四边形}QCAG} - S_{\triangle QAG}$$

$$= S_{\triangle AGC} + S_{\triangle QCG} - S_{\triangle QAG}$$

$$= \frac{(-4-m) \cdot 7}{2} + \frac{n \cdot (-3-m)}{2} - \frac{(-4-m) \cdot n}{2}$$

$$= \frac{-(7m-n)}{2} - 14,$$

∵ 三角形  $QAC$  的面积为 20,

$$\therefore \frac{-(7m-n)}{2} - 14 = 20,$$

$$\therefore 7m - n = -68;$$

综上所述,  $7m - n$  的值为 12 或 -68.

**【点睛】** 本题主要考查了立方根的性质, 算术平方根的性质, 坐标与图形, 利用分类讨论思想解答是解题的关键.

# VV99.net

免费文档下载