

## 第1章 一元二次方程

### 一、选择题(每小题3分,共24分)

1. 下列方程是一元二次方程的是( )

A.  $x+2y=1$

B.  $2x(x-1)=2x^2+3$

C.  $3x+\frac{1}{x}=4$

D.  $x^2-2=0$

2. 用配方法解方程  $x^2-\frac{2}{3}x-1=0$  时,应将其变形为( )

A.  $(x-\frac{1}{3})^2=\frac{8}{9}$

B.  $(x+\frac{1}{3})^2=\frac{10}{9}$

C.  $(x-\frac{2}{3})^2=0$

D.  $(x-\frac{1}{3})^2=\frac{10}{9}$

3. 已知方程  $2x^2-x-3=0$  的两根分别为  $x_1, x_2$ , 那么  $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$  的值为( )

A.  $-\frac{1}{3}$

B.  $\frac{1}{3}$

C. 3

D. -3

4. 若  $n(n \neq 0)$  是关于  $x$  的方程  $x^2+mx+2n=0$  的根, 则  $m+n$  的值为( )

A. 1

B. 2

C. -1

D. -2

5. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $kx^2-2x+1=0$  有实数根, 若  $k$  为非负整数, 则  $k$  的值为( )

A. 0

B. 1

C. 0, 1

D. 2

6. 三角形两边长分别为 2 和 4, 第三边长是方程  $x^2-6x+8=0$  的解, 则这个三角形的周长是( )

A. 8

B. 8 或 10

C. 10

D. 8 和 10

7. 若关于  $x$  的方程  $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$  中,  $a, b, c$  满足  $a+b+c=0$  和  $a-b+c=0$ , 则方程的根是( )

- A. 1, 0      B. -1, 0      C. 1, -1      D. 无法确定

8. 已知  $x=1$  是关于  $x$  的一元二次方程  $(m^2-1)x^2-mx+m^2=0$  的一个根, 那么  $m$  的值是( )

- A.  $\frac{1}{2}$  或  $-1$       B.  $-\frac{1}{2}$  或  $1$       C.  $-\frac{1}{2}$       D.  $\frac{1}{2}$

二、填空题(每小题 3 分, 共 24 分)

9. 已知  $2x(x+1)=x+1$ , 则  $x=$ \_\_\_\_\_.

10. 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2+6x+k=0$  有两个相等的实数根, 则  $k=$ \_\_\_\_\_.

11. 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2+(2a-1)x+5-a=ax+1$  的一次项系数为 4, 则常数项为\_\_\_\_\_.

12. 某校学生会准备在艺术节期间举办学生绘画展览, 为美化画面, 在长 30 cm、宽 20 cm 的矩形画面四周镶上宽度相等的彩纸, 并使彩纸的面积恰好与原画面面积相等(如图 1 所示). 若设彩纸的宽度为  $x$  cm, 则列方程整理成一般形式为\_\_\_\_\_.



图 1

13. 已知关于  $x$  的方程  $x^2-2x+n=1$  没有实数根, 那么  $|2-n|-|1-n|$  的化简结果是\_\_\_\_\_.

14. 设  $a, b$  是一个直角三角形两条直角边的长, 且  $(a^2+b^2)(a^2+b^2+1)=12$ , 则这个直角三角形的斜边长为\_\_\_\_\_.

15. 若  $a$  为实数, 则代数式  $a^2+4a-6$  的最小值为\_\_\_\_\_.

16. 对于实数  $p, q$ , 我们用符号  $\min\{p, q\}$  表示  $p, q$  两数中较小的数, 如  $\min\{1, 2\}=1$ ,  $\min\{-2, -3\}=-3$ , 若  $\min\{(x-1)^2, x^2\}=1$ , 则  $x=$ \_\_\_\_\_.

### 三、解答题(共 52 分)

17. (12 分)用适当的方法解下列方程:

(1)  $2x^2 - 10x = 3$ ;

(2)  $(2x-1) - x(1-2x) = 0$ ;

(3)  $x(x-4) = 1$ ;

(4)  $(y+2)^2 = (3y-1)^2$ .

18.(6 分)为践行中华民族的传统美德, 培养学生乐于助人、无私奉献的精神, 近几年某校都在 3 月份举行“学雷锋”爱心义卖活动, 并将所得善款全部资助困难家庭的学生. 据悉通过该活动募集到的善款逐年增加, 2016 年募集善款 10000 元, 2018



年募集善款 14400 元.

(1)求这两年该校在爱心义卖活动中募集善款的年平均增长率;

(2)若继续保持相同的年平均增长率,请你预测一下 2019 年该校在爱心义卖活动中将募集到多少善款?

19. (6 分)已知: 关于  $x$  的一元二次方程  $kx^2 - (4k+1)x + 3k+3 = 0$  ( $k$  是整数).

(1)求证: 方程有两个不相等的实数根;

(2)若方程的两个实数根都是整数, 求  $k$  的值.

20. (8 分)已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + (2k-1)x + k^2 + k - 1 = 0$  有实数根.

(1)求  $k$  的取值范围;

(2)若此方程的两个实数根  $x_1, x_2$  满足  $x_1^2 + x_2^2 = 11$ , 求  $k$  的值.

21.(10 分)为了倡导节能低碳的生活,某公司对集体宿舍用电收费作出如下规定:一间宿舍一个月用电量若不超过  $a$  千瓦时,则一个月的电费为 20 元;若超过  $a$  千瓦时,则除了交 20 元外,超过部分每千瓦时要交  $\frac{a}{100}$  元.某宿舍 3 月份用电 80 千瓦时,交电费 35 元;4 月份用电 45 千瓦时,交电费 20 元.

(1)求  $a$  的值;

(2)若该宿舍 5 月份交电费 45 元,则该宿舍当月用电量为多少千瓦时?

22. (10 分)阅读下面材料,再解方程:

解方程  $x^2 - |x| - 2 = 0$ .

解: ①当  $x \geq 0$  时,原方程化为  $x^2 - x - 2 = 0$ ,解得  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = -1$ (不合题意,舍去).

②当  $x < 0$  时,原方程化为  $x^2 + x - 2 = 0$ ,解得  $x_1 = 1$ (不合题意,舍去),  $x_2 = -2$ ,所以原方程的根是  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = -2$ .

请参照例题解方程  $x^2 - |x - 1| - 1 = 0$ .

## 详解

1. D

2. D

3. [解析] A 根据题意, 得  $x_1 + x_2 = \frac{1}{2}$ ,  $x_1 x_2 = -\frac{3}{2}$ , 所以  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{\frac{1}{2}}{-\frac{3}{2}} =$

$$-\frac{1}{3}.$$

故选 A.

4. [解析] D  $\because n(n \neq 0)$  是关于  $x$  的方程  $x^2 + mx + 2n = 0$  的根, 将  $x = 12$  代入, 得  $n^2 + mn + 2n = 0$ .

$\because n \neq 0$ ,

$\therefore$  方程两边都除以  $n$ , 得  $n + m + 2 = 0$ ,

$\therefore m + n = -2$ . 故选 D.

5. [解析] B 由题意可知 
$$\begin{cases} b^2 - 4ac = 4 - 4k \geq 0, \\ k \neq 0, \\ k \geq 0, \end{cases}$$

$\therefore 0 < k \leq 1$ . 由于  $k$  是整数,  $\therefore k = 1$ . 故选 B.

6. [解析] C 解方程  $x^2 - 6x + 8 = 0$ , 得  $x = 4$  或  $x = 2$ , 若  $x = 4$ , 则三角形的三边长为 2, 4, 4, 符合三角形三边关系定理, 即此时三角形的周长为  $2 + 4 + 4 = 10$ ; 若  $x = 2$ , 则三角形的三边长为 2, 2, 4, 不符合三角形三边关系定理, 即此时三角形不存在. 即三角形的周长为 10. 故选 C.

7. C

8. C

9. [答案]  $-1$  或  $\frac{1}{2}$

[解析] 移项, 得  $2x(x+1)-(x+1)=0$ ,

所以  $(x+1)(2x-1)=0$ , 所以  $x+1=0$  或  $2x-1=0$ ,

所以  $x_1=-1$ ,  $x_2=\frac{1}{2}$ .

10. [答案] 9

[解析]  $\because$  一元二次方程  $x^2+6x+k=0$  有两个相等的实数根,

$\therefore b^2-4ac=6^2-4\times 1\times k=0$ , 解得  $k=9$ .

11. [答案]  $-1$

[解析] 移项, 得  $x^2+(2a-1)x+5-a-ax-1=0$ ,  $\therefore x^2+(a-1)x+4-a=0$ .  $\because$  一

次项系数为 4,  $\therefore a-1=4$ , 解得  $a=5$ ,  $\therefore$  常数项为  $4-a=4-5=-1$ .

12. [答案]  $x^2+25x-150=0$

[解析] 设彩纸的宽度为  $x$  cm, 则由题意列出方程为  $(30+2x)(20+2x)=2\times 30\times$

20. 整理, 得  $x^2+25x-150=0$ . 故答案为  $x^2+25x-150=0$ .

13. [答案]  $-1$

[解析]  $x^2-2x+n-1=0$ ,

根据题意得  $b^2-4ac=(-2)^2-4(n-1)<0$ ,

解得  $n>2$ , 所以原式  $=n-2+1-n=-1$ .

14. [答案]  $\sqrt{3}$

[解析] 由题意, 得  $(a^2+b^2)^2+(a^2+b^2)-12=0$ ,

解得  $a^2+b^2=3$  或  $a^2+b^2=-4$  (舍去).

所以这个直角三角形的斜边长为  $\sqrt{3}$ .

15. [答案]  $-10$



[解析] 原式 $=a^2+4a+4-10=(a+2)^2-10$ .

因为 $(a+2)^2\geq 0$ , 所以 $(a+2)^2-10\geq -10$ ,

则代数式  $a^2+4a-6$  的最小值是  $-10$ .

16. [答案]  $-1$  或  $2$

[解析] 若  $x^2>(x-1)^2$ ,

则  $\min\{(x-1)^2, x^2\}=(x-1)^2=1$ ,

$\therefore x_1=2, x_2=0$ (不合题意, 舍去).

若  $(x-1)^2>x^2$ ,

则  $\min\{(x-1)^2, x^2\}=x^2=1$ ,

$\therefore x_1=1$ (不合题意, 舍去),  $x_2=-1$ .

故答案为  $-1$  或  $2$ .

17. 解: (1) $\because 2x^2-10x=3$ ,

$\therefore 2x^2-10x-3=0$ ,

$\therefore a=2, b=-10, c=-3, b^2-4ac=124$ ,

$\therefore x_1=\frac{5+\sqrt{31}}{2}, x_2=\frac{5-\sqrt{31}}{2}$ .

(2) $\because (2x-1)-x(1-2x)=0$ ,

$\therefore (2x-1)+x(2x-1)=0$ ,

$\therefore (2x-1)(1+x)=0$ ,

$\therefore x_1=\frac{1}{2}, x_2=-1$ .

(3)去括号, 得  $x^2-4x=1$ ,

配方, 得  $x^2-4x+4=5$ ,

$\therefore (x-2)^2=5$ ,



$$\therefore x-2=\pm\sqrt{5}, \therefore x_1=2+\sqrt{5}, x_2=2-\sqrt{5}.$$

(4)两边开平方, 得  $y+2=\pm(3y-1)$ ,

$$\therefore y+2=3y-1 \text{ 或 } y+2=1-3y,$$

$$\therefore y_1=\frac{3}{2}, y_2=-\frac{1}{4}.$$

18. 解: (1)设这两年该校在爱心义卖活动中募集善款的年平均增长率为  $x$ .

依题意, 得  $10000(1+x)^2=14400$ ,

解得  $x_1=0.2$ ,  $x_2=-2.2$ (舍去).

答: 这两年该校在爱心义卖活动中募集善款的年平均增长率为 20%.

$$(2)14400 \times (1+20\%)=17280(\text{元}).$$

答: 2019 年该校在爱心义卖活动中将募集到 17280 元善款.

19. 解: (1)证明:  $b^2-4ac=[-(4k+1)]^2-4k(3k+3)=(2k-1)^2$ .

$\because k$  为整数,

$$\therefore (2k-1)^2 > 0, \text{ 即 } b^2-4ac > 0.$$

$\therefore$  方程有两个不相等的实数根.

(2) $\because$  方程  $kx^2-(4k+1)x+3k+3=0$  为一元二次方程,

$$\therefore k \neq 0.$$

$$\because kx^2-(4k+1)x+3k+3=0,$$

$$\therefore x_1=3, x_2=\frac{k+1}{k}=1+\frac{1}{k}.$$

$\because$  方程的两个实数根都是整数, 且  $k$  为整数,

$$\therefore k=1 \text{ 或 } k=-1.$$

20. 解: (1) $\because$  关于  $x$  的一元二次方程  $x^2+(2k-1)x+k^2+k-1=0$  有实数根,

$$\therefore b^2-4ac \geq 0, \text{ 即 } (2k-1)^2-4 \times 1 \times (k^2+k-1)=-8k+5 \geq 0,$$

解得  $k \leq \frac{5}{8}$ .

(2)由根与系数的关系可得  $x_1 + x_2 = 1 - 2k$ ,  $x_1 x_2 = k^2 + k - 1$ ,

$$\therefore x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = (1 - 2k)^2 - 2(k^2 + k - 1) = 2k^2 - 6k + 3.$$

$$\because x_1^2 + x_2^2 = 11,$$

$$\therefore 2k^2 - 6k + 3 = 11, \text{ 解得 } k = -1 \text{ 或 } k = 4.$$

$$\because k \leq \frac{5}{8}, \therefore k = 4 \text{ 不合题意, 舍去,}$$

$$\therefore k = -1.$$

21. [解析] (1)由题意可得出 3 月份的用电量超过了  $a$  千瓦时, 而 4 月份的用电量没超过  $a$  千瓦时, 那么根据 3 月份的用电情况来求  $a$  的值. 可根据“不超过  $a$  千瓦时的缴费额 + 3 月份超过  $a$  千瓦时部分的缴费额 = 总的电费”列出方程, 进而可求出  $a$  的值. 然后根据 4 月份的用电量大致判断出  $a$  的取值范围, 由此可判断解出的  $a$  值是否符合题意. (2)由(1)得  $a$  的值, 把 45 代入求电费的公式即可.

$$\text{解: (1)由题意, 得 } 20 + (80 - a) \times \frac{a}{100} = 35.$$

$$\text{整理, 得 } a^2 - 80a + 1500 = 0,$$

$$\text{解得 } a_1 = 30, a_2 = 50.$$

又因为 4 月份的用电量为 45 千瓦时, 电费为 20 元, 所以  $a \geq 45$ , 所以  $a$  的值为 50.

(2)设该宿舍当月用电量为  $x$  千瓦时. 由题意, 得  $20 + (x - 50) \times \frac{50}{100} = 45$ , 解得  $x = 100$ .

答: 该宿舍当月用电量为 100 千瓦时.

22. 解: 当  $x \geq 1$  时, 原方程化为  $x^2 - x + 1 - 1 = 0$ ,

解得  $x_1=1$ ,  $x_2=0$ (不合题意, 舍去);

当  $x<1$  时, 原方程化为  $x^2+x-1-1=0$ ,

解得  $x_1=-2$ ,  $x_2=1$ (不合题意, 舍去),

所以原方程的根为  $x_1=1$ ,  $x_2=-2$ .



# VV99.net

免费文档下载